



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA

Emilse Cabrera Capera

Análise teórica e considerações experimentais do duplo decaimento beta sem neutrinos

Campina Grande, Paraíba, Brasil

22 de março de 2021

Emilse Cabrera Capera

**Análise teórica e considerações experimentais do duplo
decaimento beta sem neutrinos**

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Diego Cogollo, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Diego Cogollo
Coorientador: Prof. Dr. Caio Licciardi

Campina Grande, Paraíba, Brasil

22 de março de 2021

C239a Capera, Emilse Cabrera.
Análise teórica e considerações experimentais do duplo decaimento beta sem neutrinos / Emilse Cabrera Capera. – Campina Grande, 2020.
110 f.: il. : color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2021.
"Orientação: Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte, Prof. Dr. Caio Augusto Pelegrina Del Bianco Licciardi".
Referências.

1. Duplo Decaimento Beta sem Neutrinos. 2. Meia-Vida. 3. Modelo Simétrico Left-Right. I. Aponte, Diego Alejandro Cogollo. II. Licciardi, Caio Augusto Pelegrina Del Bianco. III. Título.

CDU 539.1(043)

A minha família.

Agradecimentos

- Ao meu orientador, o Prof. Diego Cogollo, pela dedicação, motivação e estímulo para concluir este trabalho.
- Ao meu coorientador, o Prof. Caio Licciardi, pela paciência, dedicação e colaboração que recebi durante a fase de preparação desta dissertação.
- A todos os professores desta Unidade Acadêmica que contribuíram com a minha formação.
- Aos meus pais e ao meu irmão pelo amor, compreensão e incentivo para continuar aprendendo e atingir cada um dos meus sonhos.
- A Leidy, Katherin, Jesús e Vítor por serem um apoio incondicional em todo momento, mesmo nos tempos difíceis durante a pandemia. Aos meus companheiros durante a minha estância em Campina Grande e com quem compartilhei valiosas conversas: Vanessa, Diego, Mauricio, Robert e Josafary.
- Aos colegas de pós-graduação e funcionários da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.
- A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.
- À CAPES pelo suporte financeiro.

*“... The prize is the pleasure of finding the thing out,
the kick in the discovery, the observation that other
people use it. Those are the real things.
The honors are unreal to me...”*
- Richard Feynman

Resumo

Neste trabalho, foram analisados teoricamente cada um dos setores do modelo simétrico Left-Right (MSLR) e suas contribuições para a meia-vida do decaimento beta duplo sem neutrinos ($0\nu\beta\beta$). As restrições no espaço de parâmetros associadas aos novos mecanismos $\langle\lambda\rangle$ e $\langle\eta\rangle$, foram calculadas de acordo com quatro cenários considerados, dados pelos limites experimentais atuais e futuros para o decaimento $0\nu\beta\beta$ em ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe . Em particular, verificou-se que as regiões permitidas para as sensibilidades dos experimentos atuais são relativamente iguais para o ^{130}Te e ^{136}Xe em ambos os mecanismos, e são ligeiramente mais restritivas para o ^{76}Ge devido aos limites impostos pelo experimento GERDA. Como esses limites no ^{76}Ge eram maiores, calculamos também o parâmetro de mistura dos neutrinos leves e pesados θ em ambos os mecanismos. Para os cenários dos limites futuros, as regiões são ainda mais restritivas, especialmente, no caso do ^{76}Ge e ^{136}Xe . A sensibilidade na massa efetiva de experimentos futuros alcançará o limite para o ordenamento invertido (OI) como espera-se que eventualmente aconteça.

Palavras-chave: duplo decaimento beta sem neutrinos, meia-vida, limites, MSLR.

Abstract

In this work, each sector of the Left-Right symmetric model (LRSM) and its contributions to the half-life of neutrinoless double beta decay ($0\nu\beta\beta$) were theoretically analyzed. The constraints in the parameter space associated with the new mechanisms $\langle\lambda\rangle$ and $\langle\eta\rangle$ were calculated according to four considered scenarios, given by the current and future experimental limits for $0\nu\beta\beta$ decay in ^{76}Ge , ^{130}Te and ^{136}Xe . In particular, it was found that the regions allowed for sensitivities of the current experiments are relatively equal for ^{130}Te and ^{136}Xe in both mechanism, and are slightly more restrictive in parameter space for ^{76}Ge due to the limits imposed by the GERDA experiment. Since these limits in ^{76}Ge were higher, we also calculated the mixing parameter of light and heavy neutrinos θ in both mechanisms. For the future limit scenarios, the regions are even more restrictive, especially in the case of ^{76}Ge and ^{136}Xe . The sensitivity in the effective mass of future experiments will reach the limit for inverted ordering as it is expected to eventually happen.

Keywords: neutrinoless double-beta decay, half-life, limits, LRSM.

Lista de ilustrações

Figura 2.1 – Espectro contínuo de energia dos elétrons emitidos no decaimento β . Fonte: Tomada de [1].	21
Figura 2.2 – Diagrama de Feynman para o decaimento β^- . Fonte: Adaptada de [2].	23
Figura 2.3 – Diagrama esquemático dos dois possíveis decaimentos β^- ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$), sendo o spin representado pelas setas pretas e a direção do momentum de cada um dos léptons pelas setas de cor azul e verde. (a) Os lep- tons são emitidos na mesma direção e não há mudança do spin entre os núcleons. (b) Contrariamente, os léptons são emitidos em direções opostas e o spin dos núcleons muda. Fonte: Adaptada de [3]	28
Figura 2.4 – Parábola de massas. (a) Parábola de isóbaros com A ímpar onde as setas representam decaimentos beta simples: seta laranja (verde) para decaimentos β^- (β^+). (b) Isóbaros com A par possuem duas parábolas: a parábola da linha tracejada azul composta pelos núcleos ímpar-ímpar e a parábola da linha tracejada vermelha com os núcleos par-par. As seta roxa mostra a possibilidade do decaimento $\beta\beta$. Fonte: Adaptada de [4].	31
Figura 2.5 – Diagramas de Feynman para o decaimento $\beta\beta$. (a) Com emissão de dois antineutrinos, $2\nu\beta\beta$. (b) Sem emissão de neutrinos, $0\nu\beta\beta$. Usualmente o diagrama de Feynman (b) é conhecido como mecanismo estândar ou mecanismo de massa. Fonte: Adaptada de [5]	33
Figura 2.6 – Função de Kurie $K(T_e)$. O ponto final da linha vermelha corresponde ao valor máximo da energia cinética do elétron emitido no decaimento β do trítio, $Q = 18.6$ keV, considerando $m_\beta = 0$. Porém, assumindo uma massa do neutrino, $m_\beta = 10$ eV, há um deslocamento no ponto final da linha azul. Fonte: Adaptada de [6].	38
Figura 2.7 – Massa cinemática do neutrino m_β (esquerda) e soma das massas Σ (di- reita) em função da massa do neutrino mais leve m_0 . Fonte: Adaptada de [7].	39
Figura 2.8 – Regiões permitidas para $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ em função de m_0 e limites de alguns experimentos na busca do decaimento $0\nu\beta\beta$ no ^{136}Xe . Aqui foram usa- dos os valores de melhor ajuste dos parâmetros de oscilação mostrados na Tabela B.1. Fonte: Adaptada de [8,9].	41
Figura 2.9 – Massa efetiva $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ em função da massa cinemática do neutrino m_β (esquerda) e a soma das massas Σ (direita). A área sombreada vermelha (azul) indica o ordenamento de massa ON (OI). Fonte: Adaptada de [7].	42

Figura 4.1 – Diagramas de Feynman do decaimento $0\nu\beta\beta$ no MSLR, mediado por (a) neutrinos leves (mecanismo estândar) e por (b) neutrinos pesados na presença de correntes de mão direita. O diagrama com a troca de neutrinos pesados e correntes de mão esquerda é o mesmo que o diagrama (a), substituindo $\nu_{iL} \leftrightarrow N_{iR}$ e $U_{ei} \leftrightarrow S_{ei}$. Diagramas com troca de neutrino leve e corrente de mão direita são desprezíveis. Fonte: Tomada de [10].	69
Figura 4.2 – Diagramas de Feynman do decaimento no MSLR com elétrons de quiralidades diferentes emitidos no estado final. (a) Mecanismo λ e o (b) Mecanismo η devido à mistura de bósons de gauge. Fonte: Tomada de [10].	72
Figura 4.3 – Diagramas de Feynman do decaimento no MSLR, mediados por tripletos duplamente carregados. (a) Triplete $SU(2)_R$ e (b) Triplete $SU(2)_L$. Fonte: Tomada de [10].	73
Figura 4.4 – Representação do espectro de energia para os decaimentos $2\nu\beta\beta$ e $0\nu\beta\beta$. Fonte: Tomada de [11].	76
Figura 4.5 – Limites dos experimentos atuais na massa efetiva do neutrino $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ e os parâmetros da mão direita η (painel esquerdo, $\langle \lambda \rangle = 0$) e λ (painel direito, $\langle \eta \rangle = 0$) envolvido nas restrições do decaimento $0\nu\beta\beta$ do ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe . Os resultados dos limites foram derivados usando as valores dos NME a partir do método QRPA [12] e os PSF tipo D em [13]. As elipses mostram as regiões permitidas.	81
Figura 4.6 – Limites dos experimentos futuros na massa efetiva do neutrino $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ e os parâmetros da mão direita η (painel esquerdo, $\langle \lambda \rangle = 0$) e λ (painel direito, $\langle \eta \rangle = 0$) envolvido nas restrições do decaimento $0\nu\beta\beta$ do ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe . Os resultados dos limites foram derivados usando as valores dos NME a partir do método QRPA [12] e os PSF tipo D em [13]. As elipses mostram as regiões permitidas.	81
Figura A.1 – Parábolas de massa para os grupos de isóbaros dos isótopos analisados neste trabalho. O decaimento duplo beta permitido é representado pela seta roxa.	93
Figura A.2 – Diagramas de Feynman para as variantes do duplo decaimento beta mediado por neutrinos de Majorana ν_i . Fonte: Adaptada de [14].	94
Figura A.1 – Função $\text{sinc}^2(x)$. Fonte: Adaptada de [15].	103

Lista de tabelas

Tabela 2.1 – Momento angular orbital e tipos de transições dos léptons.	25
Tabela 2.2 – Regras de seleção para momento angular e paridade no decaimento β . Fonte: [16].	28
Tabela 2.3 – NME e sensibilidade de $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ para o experimento nEXO usando ^{136}Xe , assumindo $G_{0\nu} = 3.6 \times 10^{-14} \text{ yr}^{-1}$ e limite no tempo de meia-vida $T_{1/2}^{0\nu} = 9.2 \times 10^{27} \text{ yr}$. Entre os métodos implementados estão por exem- plo: QRPA (aproximação quase-aleatória) e ISM (modelo de camadas). Fonte: Tomada de [9].	35
Tabela 3.1 – Bósons de gauge do MSLR. Fonte: Adaptada de [6].	45
Tabela 3.2 – Espectro de massas dos bósons escalares.	51
Tabela 4.1 – Limites experimentais na meia-vida $T_{1/2}^{0\nu}$. Cenários: (1) Melhores valo- res de limite de dados, (2) Melhores valores de sensibilidade mediana, (3) Sensibilidade alcançada e (4) Potencial de descoberta com 3σ	79
Tabela 4.2 – Limites na massa efetiva $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ e nos parâmetros $\langle \eta \rangle$ e $\langle \lambda \rangle$ impostos pelas restrições experimentais na meia-vida $T_{1/2}^{0\nu}$ nos cenários 2 e 3. Os resultados dos limites foram derivados usando os valores dos NME a partir do método QRPA [12] e os PSF tipo D em [13].	80
Tabela B.1 – Valores atuais do ajuste global dos experimentos de oscilações de neu- trinos. Os valores entre parênteses correspondem ao ordenamento in- vertido. Fonte: Tomada de [17].	110

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
2	DUPLO DECAIMENTO BETA	21
2.1	Decaimento beta	21
2.1.1	Energia liberada	23
2.2	Teoria de Fermi para o decaimento β	24
2.2.1	Transições de Fermi e Gamow-Teller	26
2.2.2	Densidade de estados finais $\rho(E_f)$	29
2.3	Duplo decaimento beta	30
2.3.1	$2\nu\beta\beta$	32
2.3.2	$0\nu\beta\beta$	33
2.4	Observáveis de neutrinos	35
2.4.1	Oscilações de neutrinos e espectro de massa	35
2.4.2	Observáveis de massa absoluta	37
3	MODELO SIMÉTRICO LEFT-RIGHT	43
3.1	Interações Eletrofracas	43
3.1.1	Setor de férmions	44
3.1.2	Setor de Gauge	45
3.2	Setor escalar	46
3.2.1	Massas dos campos escalares	48
3.2.2	Massas dos bósons de gauge	51
3.3	Setor de Yukawa	54
3.3.1	Mecanismo seesaw e massas dos neutrinos	55
3.4	Correntes eletrofracas	56
3.4.1	Corrente carregada	57
3.4.2	Corrente neutra	58
4	MEIA-VIDA PARA O DECAIMENTO $0\nu\beta\beta$	61
4.1	Meia-vida para o mecanismo estandar	61
4.2	Amplitudes do MSLR para o decaimento $0\nu\beta\beta$	68
4.2.1	Mecanismo dependente da massa (LL,RR)	70
4.2.2	Mecanismo dependente do momento (LR,RL)	71
4.2.3	Mecanismo mediado por tripletos	72
4.3	Meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$ no MSLR	73
4.4	Limites experimentais na meia-vida do decaimento $0\nu\beta\beta$	75

4.4.1	Aspectos relevantes	75
4.4.2	Experimentos e limites na meia-vida	77
4.5	Restrições nos parâmetros do MSLR	79
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	83
	REFERÊNCIAS	85
	APÊNDICES	91
	APÊNDICE A – DECAIMENTO DUPLO BETA	93
A.1	Parábolas de massa	93
A.2	Diagramas de Feynman para os modos de decaimento $0\nu\beta\beta$	94
	APÊNDICE B – MATRIZES DE MISTURA DOS CAMPOS ESCALARES	95
	ANEXOS	99
	ANEXO A – REGRA DE OURO DE FERMI	101
	ANEXO B – MISTURA DE NEUTRINOS	105
B.1	Parâmetros físicos da matriz de mistura	106
B.2	Parametrização da matriz de mistura	107
B.3	Parâmetros para oscilações de neutrinos	110

1 Introdução

Muitas das questões em aberto na física de partículas estão ligadas às limitações experimentais que possui o modelo padrão (MP). O MP é uma teoria de gauge invariante pelo grupo $SU(3)_C$ da cromodinâmica quântica e o grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ das interações eletrofracas, conforme descrito pela teoria de Glashow, Weinberg e Salam [18–20]. Esta teoria é muito bem sucedida e comprovada experimentalmente até hoje, pois descreve todas as interações fundamentais da natureza, menos a gravitacional. Esta teoria descreve a forma como as partículas fundamentais interagem e dá uma explicação à origem das massas delas. Inicialmente no MP, os únicos férmions que são considerados partículas de massa nula são os neutrinos, embora os resultados experimentais de oscilação de neutrinos conferem o contrário, deixando em evidência uma das deficiências teóricas do MP¹. Daí a necessidade de física além do MP para conseguir explicar essas e outras questões fundamentais.

Apesar dos experimentos de oscilação demonstrarem a existência da massa dos neutrinos, eles só medem as diferenças entre as massas ao quadrado. Eles não fornecem informação sobre os valores absolutos dessas massas nem sobre a natureza dos neutrinos, dado que as probabilidades de oscilação são independentes das fases de Majorana da matriz de mistura [21]. Determinar se os neutrinos são suas próprias antipartículas através de outros experimentos servirá para conhecer o caráter fundamental deles, isto é, poder estabelecer se são partículas de Dirac ou de Majorana [22].

Cabe destacar que os neutrinos são os únicos férmions que não tem carga elétrica no MP, então o único número quântico que pode diferenciar entre neutrinos (ν) e antineutrinos ($\bar{\nu}$) é o número leptônico [23, 24]. No entanto, a simetria associada à conservação do número leptônico no MP não é imposta, ela é produto do conteúdo fermiônico e da simetria de gauge, sendo o motivo para que comumente seja chamada como uma simetria acidental [25]. Desse modo, não há uma razão fundamental para que essa simetria seja conservada em modelos além do MP, e de fato, os termos de dimensões maiores que representam estes modelos estendidos quebram dita simetria. Entre estes termos está por exemplo o operador de Weinberg de dimensão cinco, o qual contribui com termos de massa de Majorana para os neutrinos depois da quebra da simetria eletrofraca, violando o número leptônico em duas unidades [7]. À vista disso, não há uma distinção clara entre partícula e antipartícula para os neutrinos quando o número leptônico não é conservado, dando assim a possibilidade deles serem partículas de Majorana.

Naturalmente existe uma forte motivação pela busca de processos que apresentam

¹ Considerando que há outros problemas que ainda faltam por resolver como por exemplo o ordenamento das massas ou a matéria escura.

violação do número leptônico, uma vez que sua observação comprovaria modelos de física além do MP. Embora estes processos não têm sido detectados ainda, alguns deles continuam sendo testados em diferentes experimentos ao redor do mundo. Um desses processos é o duplo decaimento beta sem neutrinos ($0\nu\beta\beta$), cuja descoberta seria o teste mais sensível que confirmaria experimentalmente a violação do número leptônico e, consequentemente, poderia testar a natureza dos neutrinos, colocando ademais restrições na escala absoluta das massas destas partículas. Basicamente, este decaimento é um processo no qual um núcleo atômico decai em outro, com dois prótons a mais, emitindo dois elétrons por conservação da carga elétrica e nada mais. Neste decaimento, o número leptônico evidentemente não é conservado e a sua observação seria também uma componente essencial para explicar a leptogênese e a assimetria entre matéria e antimatéria [8].

Do ponto de vista teórico, modelo simétrico de mão esquerda e direita ou também chamado modelo simétrico Left-Right (MSLR) é uma das teorias que contribuem para o decaimento $0\nu\beta\beta$ [10, 26]. Esta teoria é uma extensão da simetria de gauge do MP no setor eletrofraco como mostra sua estrutura de grupo $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_{B-L}$, a qual restaura a paridade a altas energias. A motivação principal por estudar o MSLR vem pelo fato da teoria introduzir naturalmente o neutrino de mão direita, permitindo gerar tanto termos de massa de Dirac quanto termos de massa de Majorana para os neutrinos via o mecanismo “seesaw”. Portanto, a existência desses termos de massa de Majorana indicam violação do número leptônico e consequentemente uma relação direta com o decaimento $0\nu\beta\beta$. Deste modo, surgem novas contribuições para o decaimento $0\nu\beta\beta$ dentro desta teoria, em particular, para a sua meia-vida. Assim a contribuição das correntes leptônicas e hadrônicas de mão direita é dada pelo parâmetro λ , e os parâmetros de mistura entre as correntes de mão esquerda e direita correspondem ao parâmetro η . Toda a descrição do MSLR será abordada no Capítulo 3, analisando cada um dos setores da teoria e as contribuições relacionadas as amplitudes do processo e ao tempo de meia-vida do decaimento $0\nu\beta\beta$ serão discutidas no Capítulo 4.

A observação dessa desintegração pode acontecer quando o decaimento beta simples é proibido pela conservação da energia ou suprimido por conservação do momento angular, razão pela qual existem apenas 35 isótopos candidatos [27]. Os principais critérios para determinar os isótopos experimentalmente relevantes são: o valor $Q > 2$ MeV, sua abundância isotópica e a compatibilidade dos isótopos com uma apropriada técnica de detecção [4, 28]. A justificativa por trás desses critérios está relacionada essencialmente com a redução do ruído de fundo e a facilidade, e custo de enriquecimento dos isótopos, sendo motivos que de fato influenciam no desenho do experimento. Portanto, só nove isótopos são de interesse experimental na detecção do decaimento $0\nu\beta\beta$, como é o caso do ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{96}Zr , ^{100}Mo , ^{116}Cd , ^{130}Te , ^{136}Xe e ^{150}Nd [23, 29].

Entre os isótopos que favorecem a procura do decaimento $0\nu\beta\beta$, há três deles

que atualmente impõem os limites mais fortes na meia-vida: ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe [29]. Nesta dissertação, os resultados dos parâmetros do MSLR serão discutidos para esses três casos especiais, nos quais a técnica de detecção combina favoravelmente com o isótopo. Por exemplo, alguns detectores utilizam diodos semicondutores fabricados com materiais enriquecidos em ^{76}Ge altamente puro, usado atualmente em experimentos como GERDA e MAJORANA. Outras técnicas de detecção empregam bolômetros como calorímetros criogênicos, operando assim a temperaturas de aproximadamente de 10 mK em experimentos como CUORE [30]. Nesse caso, os detectores são construídos com cristais absorvedores, entre os quais está a telurita (TeO_2) enriquecida em ^{130}Te , sem que seja estritamente necessário o processo de enriquecimento dada sua alta abundância isotópica. Contrariamente ao xenônio (Xe), usualmente enriquecido em ^{136}Xe mediante a técnica de centrifugação de gás² usada a nível industrial, permitindo aumentar a capacidade de produção em comparação com outros isótopos de interesse experimental [31]. O ^{136}Xe é usado em forma líquida ou gasosa nos detectores conhecidos como TPC³. Também pode ser dissolvido em cintiladores líquidos orgânicos, permitindo atingir escalas maiores nos experimentos já existentes na busca pelo decaimento $0\nu\beta\beta$, sendo o caso do experimento KamLAND-Zen. Uma breve descrição desses experimentos e seus limites na meia-vida pode ser encontrada na Seção 4.4.2.

Usualmente as pesquisas realizadas em torno ao decaimento $0\nu\beta\beta$ com o MSLR, tinham sido focadas principalmente para o ^{76}Ge e ^{136}Xe por causa dos limites alcançados pelos experimentos nos últimos anos [13, 32]. No entanto, a sensibilidade na meia-vida do ^{130}Te tem sido melhorada significativamente a dia de hoje, competindo com os limites impostos pelos outros isótopos. Outra motivação por trás da escolha desses três isótopos está fundamentada em uma análise desenvolvida em torno a probabilidade de descoberta nos experimentos de próxima geração [33], a qual indica que há uma probabilidade maior ao 50% para o ordenamento normal (ON) e quase 100% para o caso do ordenamento invertido (OI) em alguns experimentos futuros com ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe . Adicionalmente, essa motivação está fortemente suportado por uma publicação recente [34] que examina os dados atualizados dos experimentos de oscilação de neutrinos T2K e NOvA, encontrando assim que a combinação desses dados favorece o ordenamento invertido para as massas dos neutrinos quando comparados com resultados mais antigos.

Um dos objetivos deste trabalho é entender as restrições que podem ser impostas pelas contribuições dos parâmetros $\langle\lambda\rangle$ e $\langle\eta\rangle$ com o observável da massa efetiva $\langle m_{\beta\beta}\rangle$ nos isótopos já mencionados. Para este fim, analisamos diferentes cenários nas sensibilidades dos tempos de meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$, que tem sido estimadas pelos experimentos. Entre os cenários planteados para explorar as contribuições dos parâmetros do modelo estão: os melhores limites com os dados medidos, as melhores sensibilidades me-

² Também pode ser enriquecido por destilação criogênica.

³ Time Projection Chamber

dias estimadas nos experimentos atuais e alguns outros que ainda estão na fase de coleta de dados ou mesmo aqueles que estão sendo projetados.

A estrutura desta dissertação será da seguinte forma: começará com uma explicação detalhada do duplo decaimento beta no Capítulo 2, posteriormente será feito o desenvolvimento teórico do MSLR no Capítulo 3, o qual fornece as diferentes contribuições para explicar o processo $0\nu\beta\beta$, após disso será apresentado o cálculo do tempo de meia-vida no Capítulo 4, mostrando os diversos mecanismos dados pelas amplitudes dos diagramas de Feynman, também será mostrada uma breve descrição dos experimentos que estão implementando os três isótopos de interesse deste trabalho, depois serão apresentados os resultados com sua respectiva análise e finalmente as conclusões e perspectivas.

2 Duplo decaimento beta

Neste capítulo será abordado o duplo decaimento beta ($\beta\beta$), começando por uma breve revisão do decaimento beta simples (β) e posteriormente a explicação sobre a possibilidade do duplo decaimento beta na natureza com seu estado final com neutrinos ($2\nu\beta\beta$) e, o estado final ainda hipotético, sem neutrinos ($0\nu\beta\beta$). Também serão descritos os diferentes modos de decaimento, seus respectivos diagramas de Feynman e seus valores de energia $Q_{\beta\beta}$ para cada um dos processos. A física do neutrino envolvida no decaimento $0\nu\beta\beta$ e os observáveis serão discutidos finalizando o capítulo.

2.1 Decaimento beta

Uma das formas dos núcleos instáveis conseguir maior estabilidade nuclear é através do decaimento β . Inicialmente, os produtos deste tipo de desintegração foram assumidos a serem somente um núcleo filho e um elétron. Nesse caso, acontece que os elétrons deviam ter uma energia específica e bem definida: a diferença de energias entre os estados inicial e final. No entanto, os elétrons são emitidos com um espectro contínuo de energia, ou seja, os elétrons têm diferentes valores de energia sendo que a maioria deles são emitidos com uma energia menor à predita pela conservação da energia para um decaimento em dois corpos [35]. A primeira confirmação experimental desse fato foi publicada por Ellis e Wooster em 1927, mostrando os resultados que aparecem na Fig. 2.1.

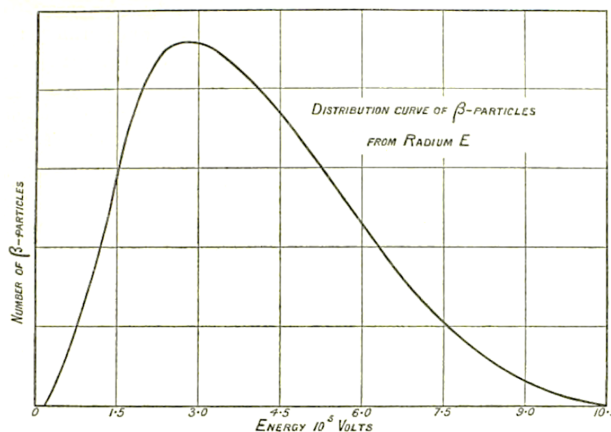


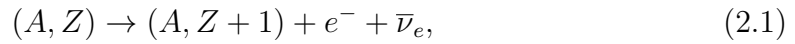
Figura 2.1 – Espectro contínuo de energia dos elétrons emitidos no decaimento β . Fonte: Tomada de [1].

Para explicar as observações experimentais respeitando os princípios físicos de conservação da energia, Pauli em 1930 [36] propôs uma partícula adicional com carga neutra (para conservar também a carga elétrica) e essencialmente sem massa (pois a energia

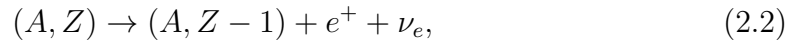
máxima dos elétrons emitidos no processo correspondem à energia Q^1 do decaimento). Com as características descritas dessa nova partícula, Fermi em 1933 [37] deu o nome de neutrino, isto é, uma partícula com carga neutra, similar ao nêutron, mas com massa leve. Apesar das dificuldades experimentais, a detecção do neutrino foi confirmada em 1956 por Cowan e Reines nos experimentos com reatores nucleares [38].

Com a inclusão do neutrino, os três processos de decaimento beta que podem acontecer são:

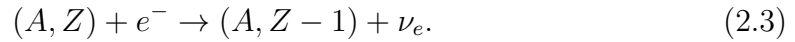
- Decaimento beta menos (β^-), o qual ocorre quando um núcleo (A, Z) transforma-se em um núcleo mais estável $(A, Z + 1)$, emitindo um elétron e^- e um antineutrino do elétron $\bar{\nu}_e$:



- Decaimento beta mais (β^+) que acontece quando um núcleo (A, Z) transforma-se em um núcleo $(A, Z - 1)$, emitindo um pósitron e^+ e um neutrino do elétron ν_e :

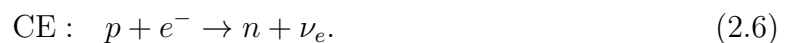


- Captura eletrônica (CE) que acontece quando um núcleo (A, Z) captura um elétron da camada eletrônica, se transformando em um núcleo $(A, Z - 1)$ com a emissão de um neutrino do elétron:



No último caso, um elétron é capturado da camada K, sendo este estado preenchido por elétrons de níveis de energia superior, emitindo assim raios X. De acordo com às Eqs. (2.1) a (2.3), uma característica comum dos núcleos entre as diferentes formas de decaimento beta na transição do estado inicial para o final é a invariância do número de massa ($\Delta A = 0$) e o fato de que o número atômico muda em uma unidade ($|\Delta Z| = 1$).

Em termos dos núcleons (prótons e nêutrons), os diferentes modos do decaimento β podem também ser descritos como:



Como o nêutron é mais massivo do que o próton, um nêutron livre pode sofrer decaimento β^- da forma como está na Eq. (2.4), contrariamente ao próton que pode ter um decaimento β só dentro do núcleo e não no espaço livre. Esses decaimentos são

¹ Vide a Seção 2.1.1 para uma explicação mais detalhada.

fenômenos nucleares mediados pela força fraca e são caracterizados por tempos de decaimento relativamente longos comparados com processos envolvidos nas interações fortes ou eletromagnéticas. Dentro do núcleo não tem partículas como o elétron ou o pósitron, o surgimento dessas partículas no decaimento β é justamente resultado da interação fraca mediante a troca dos bósons de gauge W^\pm , tal como mostra a Fig. 2.2.

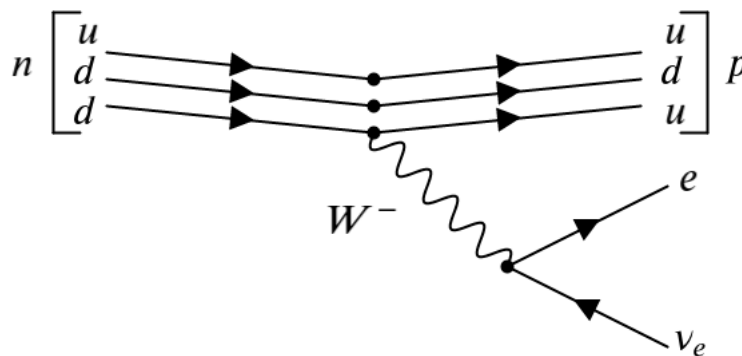


Figura 2.2 – Diagrama de Feynman para o decaimento β^- . Fonte: Adaptada de [2].

2.1.1 Energia liberada

Como foi mencionado anteriormente, o decaimento β tem um espectro contínuo de energia ao ser uma desintegração em mais de duas partículas. Desta maneira, a energia é distribuída na energia cinética do elétron (pósitron), o antineutrino (neutrino) e uma pequena contribuição de energia de recuo do núcleo residual. Assim, essa energia liberada no processo pode-se escrever a partir do balanço de massas da seguinte forma:

$$Q = \Delta mc^2 = (m_{A,Z} - m_{A,Z\pm 1} - m_e - m_\nu)c^2, \quad (2.7)$$

sendo Δm o defeito de massa, c a velocidade da luz, $m_{A,Z}$ a massa do núcleo inicial, $m_{A,Z\pm 1}$ a massa do núcleo final, m_e a massa do elétron e m_ν a massa do neutrino. Em geral, o processo físico do decaimento é possível devido à existência de núcleos com uma massa menor, indicando assim que o valor Q deve ser positivo ($Q > 0$) e, portanto, $m_{A,Z} > m_{A,Z\pm 1} + m_e + m_\nu$. Comumente são mais usadas as massas atômicas, razão pela qual resulta conveniente defini-las em termos das massas nucleares:

$$M_{A,Z} = m_{A,Z} + Zm_e - \sum_i^Z B_i, \quad (2.8)$$

onde B_i é a energia de ligação do i -ésimo elétron. Logo, fazendo $m_\nu = 0$ na Eq. (2.7), podemos reescrever o valor de Q em termos das massas atômicas $M_{A,Z}$ como:

$$Q = \left(\left[M_{A,Z} - Zm_e + \sum_i^Z B_i \right] - \left[M_{A,Z\pm 1} - (Z \pm 1)m_e + \sum_i^{Z\pm 1} B_i \right] - m_e \right) c^2. \quad (2.9)$$

Desprezando as energias de ligação dos últimos elétrons podemos igualar os dois somatórios na expressão anterior. As energias liberadas para cada um dos processos é:

$$Q_{\beta^-} = (M_{A,Z} - M_{A,Z+1})c^2, \quad (2.10)$$

$$Q_{\beta^+} = (M_{A,Z} - M_{A,Z-1} - 2m_e)c^2. \quad (2.11)$$

O procedimento para o decaimento via captura eletrônica é similar ao descrito anteriormente, mas é considerada a perda da energia de ligação B_K do elétron situado na camada K . Assim a energia correspondente neste caso será:

$$Q_{EC} = (M_{A,Z} - M_{A,Z-1})c^2 - B_K, \quad (2.12)$$

onde essa energia de ligação em unidades de mc^2 , na aproximação não relativística, é definida como

$$B_K = \frac{1}{2} \left(\frac{Ze^2}{\hbar c} \right). \quad (2.13)$$

2.2 Teoria de Fermi para o decaimento β

O decaimento β pode ser entendido como resultado de uma pequena perturbação aos estados quase-estacionários nucleares. Dessa interpretação é que pode ser derivada a *regra de ouro de Fermi*, através da teoria de perturbações dependente do tempo, tal como é descrito no Apêndice A. Assim, reescrevendo a probabilidade de desintegração por unidade de tempo da Eq. (A.14) temos:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{fi}|^2 \rho(E_f), \quad (2.14)$$

sendo H'_{fi} o elemento de matriz nuclear e $\rho(E_f) = dn/dE_f$ representa a densidade de estados finais acessíveis à energia de desintegração E_f . De forma geral, o elemento de matriz é dado por:

$$H'_{fi} = \langle f | H' | i \rangle = \langle f | G_x O_x | i \rangle \quad (2.15)$$

onde a interação é descrita pela constante de acoplamento G_x e o operador de transição nuclear O_x . O estado inicial $|i\rangle = |\psi_i\rangle$, é o estado quântico do núcleo pai, com momento angular J_i bem definido:

$$|i\rangle = |J_i M_i \zeta\rangle, \quad (2.16)$$

onde ζ representa as outras variáveis necessárias para definir completamente o estado nuclear (isospin, coordenadas espaciais, entre outros). O estado final $|f\rangle = |\psi_f\rangle$ corresponde ao produto das funções de onda das partículas que compõem o estado final, isto é, o núcleo residual, o elétron (ou pósitron) e o antineutrino (ou neutrino):

$$|f\rangle = |\psi_R\rangle |\psi_e\rangle |\psi_\nu\rangle. \quad (2.17)$$

onde $|\psi_R\rangle = |J_f M_f \xi\rangle$ é definido de forma análoga à Eq. (2.16) e as variáveis que completam o estado final são representadas por ξ . Os léptons envolvidos na expressão anterior são considerados partículas livres descritas por ondas planas e normalizadas em uma caixa cúbica de lado a . Deste modo, a função de onda para cada um dos léptons será:

$$\begin{aligned}\psi_e &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} e^{i\vec{k}_e \cdot \vec{r}}, \\ \psi_\nu &= \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} e^{i\vec{k}_\nu \cdot \vec{r}},\end{aligned}\quad (2.18)$$

cuja constante de normalização é $A = 1/\sqrt{\mathcal{V}}$, sendo $\mathcal{V} = a^3$ o volume da caixa. Lembrando que $|\psi_{e,\nu}\rangle$ representa o estado associado a $\psi_{e,\nu}$, então o estado final na Eq. (2.17) ficará:

$$|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} e^{i\vec{k}_e \cdot \vec{r}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} e^{i\vec{k}_\nu \cdot \vec{r}} |J_f M_f \xi\rangle = \frac{1}{\mathcal{V}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} |J_f M_f \xi\rangle. \quad (2.19)$$

Aqui a soma dos vetores de onda dos léptons é dada por $\vec{k} = \vec{k}_e + \vec{k}_\nu$. Logo, expandindo a exponencial em termos de uma série de potências

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} = 1 + i\vec{k} \cdot \vec{r} + \frac{1}{2}(i\vec{k} \cdot \vec{r})^2 + \dots, \quad (2.20)$$

e lembrando que as energias envolvidas no decaimento são da ordem dos MeV ($Q \sim \text{MeV}$), então cada termo da Eq. (2.20) vai sendo cada vez mais pequeno, já que

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \frac{\vec{p}}{\hbar} \cdot \vec{r} = \left(\frac{\vec{p}c}{\hbar c}\right) \cdot \vec{r} \approx \left(\frac{1 \text{ MeV}}{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}\right) \cdot \vec{r} \approx 10^{-2}, \quad (2.21)$$

onde $r \approx 1 \text{ fm}$ nas redondezas do núcleo. Por outro lado, também convém usar a expansão das ondas planas em ondas parciais para observar sua relação com o momento angular orbital dos léptons:

$$e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} = \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} i^l \sqrt{4\pi(2l+1)} j_l(kr) Y_{l0}(\theta), \quad (2.22)$$

onde $j_l(x)$ são as funções esféricas de Bessel e $Y_l^m(\theta, \phi)$ os harmônicos esféricos. Assim, cada termo da expansão nas Eqs. (2.20) e (2.22) corresponde a um momento angular orbital total l dos léptons diferente e um tipo de transição específica, tal como mostra a Tabela 2.1.

Momento Angular Orbital l	Termo	Transição
0	$1 \propto j_0(kr) Y_{00}(\theta)$	Permitida
1	$\vec{k} \cdot \vec{r} \approx 10^{-2} \propto j_1(kr) Y_{10}(\theta)$	Proibida de 1ª ordem
2	$(\vec{k} \cdot \vec{r})^2 \approx 10^{-4} \propto j_2(kr) Y_{20}(\theta)$	Proibida de 2ª ordem
n	$(\vec{k} \cdot \vec{r})^n \approx 10^{-2n} \propto j_n(kr) Y_{n0}(\theta)$	Proibida de ordem n

Tabela 2.1 – Momento angular orbital e tipos de transições dos léptons.

Desta maneira, o primeiro termo da Eq. (2.20), que corresponde a $l = 0$ dos léptons, está associado às *transições permitidas*. Os outros termos da série, que correspondem a $l > 0$ dos léptons, estão associados às chamadas *transições proibidas*, embora não sejam realmente proibidas, mas sua contribuição é muito pequena e são menos prováveis de acontecer do que as permitidas. Conseqüentemente, a probabilidade de transição vai diminuindo quanto maior o grau de proibição, levando a meias vidas cada vez mais longas.

Usando as Eqs. (2.16), (2.19) e (2.20) na Eq. (2.15), o elemento de matriz da transição $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$ pode ser escrito finalmente como:

$$H'_{fi} = \frac{1}{\mathcal{V}} \langle J_f M_f \xi | (1 + i \vec{k} \cdot \vec{r} + \dots) G_x O_x | J_i M_i \zeta \rangle. \quad (2.23)$$

A forma da constante de acoplamento G_x e do operador O_x vai depender se x é escalar (S), pseudoescalar (P), vectorial (V), axial (A), tensorial (T) ou uma combinação desses termos.

Para tentar explicar o decaimento β , Fermi propôs que a interação fosse do tipo vectorial baseado na interação eletromagnética. A lagrangeana que ele introduziu descreve uma interação pontual de quatro férmions,

$$\mathcal{L}_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\Psi}_p \gamma^\mu \Psi_n) (\bar{\Psi}_e \gamma_\mu \Psi_\nu). \quad (2.24)$$

cuja intensidade seria medida pela constante de Fermi G_F .

2.2.1 Transições de Fermi e Gamow-Teller

Em 1936, Gamow e Teller propuseram uma extensão da teoria de Fermi com um lagrangeano mais geral da forma [39]

$$\mathcal{L}_F = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i C_i (\bar{\Psi}_p \Gamma^i \Psi_n) (\bar{\Psi}_e \Gamma^i \Psi_\nu), \quad (2.25)$$

onde $\Gamma^S = 1$, $\Gamma^P = \gamma_5$, $\Gamma_\mu^V = \gamma_\mu$, $\Gamma_\mu^A = \gamma_\mu \gamma_5$ ou $\Gamma_{\mu\nu}^T = \sigma_{\mu\nu}$. No entanto, após as observações experimentais da violação da paridade por Wu em 1957 [40], esta teoria foi melhorada devido a que foi comprovado que o operador da interação fraca realmente era da forma $x = V - A$. De acordo com essa teoria, o hamiltoniano de interação no limite não relativista é definido como:

$$H' = \sum_{j=1}^A \left(G_V \tau_{\mp}(j) + G_A \sigma(j) \tau_{\mp}(j) \right). \quad (2.26)$$

onde $\tau_{\pm} = \tau_1 \pm i\tau_2$ são os operadores de escada de isospin. Estes operadores foram introduzidos considerando que na transição do decaimento β há uma transformação $n \leftrightarrow p$ conforme mostram as expressões nas Eqs. (2.4) a (2.6). Desta forma, no decaimento β^- é usado τ_+ dado que transforma um nêutron ($\tau_3 = -1/2$) em um próton ($\tau_3 = +1/2$) e

no decaimento β^+ é empregado τ_- devido a que produz o efeito oposto. Em qualquer um dos decaimentos β sempre existe uma mudança na terceira componente de isospin $|\Delta\tau_3| = 1$. O segundo termo na Eq. (2.26) explica a possibilidade de mudança na terceira componente de spin do núcleon, além da mudança de isospin.

O elemento de matriz da transição é obtido substituindo o operador da Eq. (2.26) na Eq. (2.23) e tendo em conta só transições permitidas (ver Tabela 2.1) dado que H'_{fi} fica independente de k , tornando o estudo mais simples:

$$H'_{fi} = \frac{G_V}{\mathcal{V}} \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \left(\tau_{\mp}(j) + g_A \sigma(j) \tau_{\mp}(j) \right) | J_i M_i \zeta \rangle = \frac{G_V}{\mathcal{V}} M_{fi}, \quad (2.27)$$

sendo definida M_{fi} da seguinte forma

$$M_{fi} = \underbrace{\sum_{M_f} \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \tau_{\mp}(j) | J_i M_i \zeta \rangle}_{\text{Fermi}} + g_A \underbrace{\sum_{\mu M_f} \langle J_f M_f \xi | \sum_{j=1}^A \sigma(j) \tau_{\mp}(j) | J_i M_i \zeta \rangle}_{\text{Gamow-Teller}}, \quad (2.28)$$

onde $g_A = G_A/G_V$, M_f representa a soma dos possíveis estados de polarização do núcleo final e μ corresponde à terceira componente do momento angular que leva o segundo termo do hamiltoniano.

Aqui vale lembrar que o spin do elétron e do neutrino é $S_{e,\nu} = \frac{\hbar}{2}$, então eles podem-se acoplar somente em estado singleto ($S = 0$) ou tripleto ($S = 1$). Estas duas possíveis situações correspondem aos dois termos indicados na Eq. (2.28) e permitem estabelecer algumas regras de seleção para os spins e as paridades dos estados inicial e final do decaimento β , criadas a partir dos princípios de conservação. De forma geral, pode-se distinguir dois tipos de transições:

1. Transições de Fermi (F): O sistema leptônico ao ser um estado singleto implica que o spin do elétron e do neutrino estarão acoplados antiparalelamente e a conservação do momento angular sugere que:

$$J_i = J_f + l. \quad (2.29)$$

Para o caso das transições permitidas os spins dos núcleos do estado inicial e final vão ser iguais $J_i = J_f$, ou de forma equivalente, $\Delta J = J_i - J_f = 0$.

2. Transições de Gamow-Teller (GT): O spin do sistema leptônico está em estado tripleto e conseqüentemente os spins dos léptons estão acoplados paralelamente. Deste modo, a conservação do momento angular do sistema será:

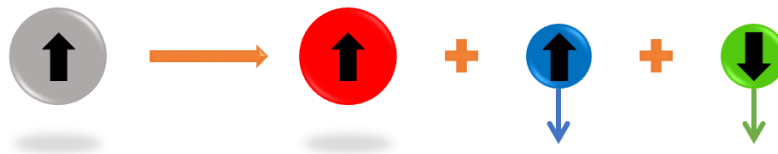
$$J_i = J_f + l + 1. \quad (2.30)$$

Daí que esse termo na Eq. (2.28) leve em consideração o operador de spin σ , já que permite uma mudança na sua terceira componente entre os estados nucleares inicial e final.

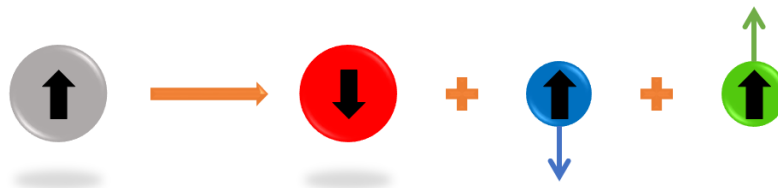
Transição	$\Delta J = J_i - J_f$	Mudança de paridade
Permitida	$0, \pm 1$	Não
Proibida de 1ª ordem	$0, \pm 1, \pm 2$	Sim
Proibida de 2ª ordem	$\pm 2, \pm 3$	Não
Proibida de ordem n	$\pm n, \pm(n + 1)$	$(-1)^n [1 = \text{sim}, -1 = \text{não}]$

Tabela 2.2 – Regras de seleção para momento angular e paridade no decaimento β . Fonte: [16].

As regras de seleção para o decaimento β são resumidas na Tabela 2.2, incluindo a paridade dos núcleos dada por $P_i = (-1)^l P_f$. Evidentemente, no caso das transições permitidas e as proibidas de grau par não há mudança, porém, as proibidas de grau ímpar, a paridade entre os estados inicial e final é oposta.



(a) Transições de Fermi



(b) Transições de Gamow-Teller

Figura 2.3 – Diagrama esquemático dos dois possíveis decaimentos β^- ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$), sendo o spin representado pelas setas pretas e a direção do momento de cada um dos léptons pelas setas de cor azul e verde. (a) Os léptons são emitidos na mesma direção e não há mudança do spin entre os núcleons. (b) Contrariamente, os léptons são emitidos em direções opostas e o spin dos núcleons muda. Fonte: Adaptada de [3]

A desintegração do nêutron resulta da mistura entre as transições de Fermi e Gamow-Teller conforme mostra a Fig. 2.3. Pode-se observar que se entre o nêutron e o próton não há mudança da componente z do spin, então a conservação do momento angular requer que os léptons sejam emitidos na mesma direção, gerando assim um singlete

de spin para as transições tipo Fermi. Em contrapartida, se as terceiras componentes do spin do nêutron e do próton são opostas, então os léptons serão emitidos em direções opostas e formarão um tripleto de spin para as transições tipo Gamow-Teller. A direção dos elétrons é devido ao fato deles serem de mão esquerda nas interações fracas.

2.2.2 Densidade de estados finais $\rho(E_f)$

Como foi mencionado, os léptons são descritos por uma aproximação de ondas planas em uma caixa finita de lado a , tendo então um momento quantizado da forma $p_i = \frac{\pi\hbar}{a}n_i$ ($i = x, y, z$). O número de estados de energia possíveis n em um gás de Fermi entre p e $p + dp$, é dada pela razão entre o volume total $\frac{4}{3}\pi p^3$ e o volume por cada estado permitido $(\pi\hbar/a)^3$:

$$n = \frac{1}{8} \frac{\frac{4}{3}\pi p^3}{(\pi\hbar/a)^3} \quad \rightarrow \quad dn = \frac{\mathcal{V}}{2\pi^2\hbar^3} p^2 dp. \quad (2.31)$$

Aqui foi considerado somente 1/8 da esfera no espaço de momentos, já que só com os valores positivos de p_i obtemos todos os estados de energia possíveis no volume \mathcal{V} . Assim, o número de estados finais para os elétrons com momento entre p_e e $p_e + dp_e$ e os neutrinos com momento entre p_ν e $p_\nu + dp_\nu$ será

$$dn = dn_e dn_\nu = \frac{\mathcal{V}}{2\pi^2\hbar^3} p_e^2 dp_e \frac{\mathcal{V}}{2\pi^2\hbar^3} p_\nu^2 dp_\nu = \frac{\mathcal{V}^2}{4\pi^4\hbar^6} p_e^2 dp_e p_\nu^2 dp_\nu. \quad (2.32)$$

Para encontrar a densidade de estados finais então é necessário ter em conta a conservação da energia no sistema elétron-neutrino:

$$E_f = E_e + E_\nu \quad \text{onde} \quad E_j^2 = p_j^2 c^2 + m_j^2 c^4, \quad (2.33)$$

com $j = e, \nu$. Também vale lembrar que as energias totais dos léptons podem ser expressadas como $E_j = T_j + m_j c^2$. Aplicando as expressões da Eq. (2.33) para o caso do neutrino temos que:

$$p_\nu^2 dp_\nu = \frac{1}{c^3} \sqrt{(E_f - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4} (E_f - E_e) dE_f. \quad (2.34)$$

Usando a Eq. (2.34) na Eq. (2.32), consegue-se a densidade de estados finais possíveis $\rho(E_f)$,

$$\rho(E_f) = \frac{dn}{dE_f} = \frac{\mathcal{V}^2}{4\pi^4\hbar^6 c^3} \sqrt{(E_f - E_e)^2 - m_\nu^2 c^4} (E_f - E_e) p_e^2 dp_e. \quad (2.35)$$

Aqui convêm expressar a equação anterior em função de T_e e Q , considerando que o balanço de massas no decaimento dá $Q = T_{N_f} + T_e + T_\nu \approx T_e + T_\nu$ dado que $T_{N_f} \sim 0$. Portanto, a Eq. (2.35) para o caso do neutrino sem massa resulta em

$$\frac{dn}{dT_e} = \frac{\mathcal{V}^2}{4\pi^4\hbar^6 c^3} (Q - T_e)^2 p_e^2 dp_e, \quad (2.36)$$

e para $m_\nu \neq 0$,

$$\frac{dn}{dT_e} = \frac{\mathcal{V}^2}{4\pi^4 \hbar^6 c^3} \sqrt{(Q - T_e)^2 - m_\nu^2 c^4} (Q - T_e) p_e^2 dp_e. \quad (2.37)$$

O termo dn_e na Eq. (2.32) deve ser modificado pois é necessária a introdução de um fator de correção devido a influência da interação de Coulomb entre o núcleo residual e o e^\pm emitido. Esse fator é definido pela função de Fermi $F(Z_f, T_e)$ que depende do número atômico do núcleo final Z_f e da energia final T_e do elétron. Dentro da aproximação não relativística esta função é dada por

$$F(Z_f, T_e) = \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \quad (2.38)$$

onde $\eta = \pm Ze^2/\hbar v_e$, sendo o sinal positivo (negativo) válido para o elétron (pósitron). Justamente a função de Fermi é a única diferença entre a desintegração β^- e β^+ . Finalmente, com as considerações mencionadas anteriormente da densidade de estados finais a partir das Eqs. (2.37) e (2.38) e, tendo em conta as Eqs. (2.14) e (2.27), então a probabilidade de transição β em função do momento p_e fica:

$$\frac{d\lambda}{dp_e} = \frac{G_V^2}{2\pi^3 \hbar^7 c^3} |M_{fi}|^2 F(Z_f, T_e) \sqrt{(Q - T_e)^2 - m_\nu^2 c^4} (Q - T_e) p_e^2. \quad (2.39)$$

Este resultado será considerado na seção Seção 2.4.2. Nas transições proibidas também é necessário introduzir um fator de forma $S(p_e, p_\nu)$ em função dos momentos dos léptons devidos aos termos com $l > 0$ como mostra a Tabela 2.1. Por exemplo, para as transições proibidas de 1ª ordem, o fator de forma é $S(p_e, p_\nu) = p_e^2 + p_\nu^2$.

2.3 Duplo decaimento beta

Uma explicação gráfica para o duplo decaimento beta ($\beta\beta$) provém das parábolas de massa [4], as quais são construídas usando a fórmula de Weizsäcker ou também conhecida como fórmula semi-empírica de massas². Estas parábolas são realizadas colocando o excesso de massa de um grupo de isóbaros (isto é, núcleos com o mesmo número de massa A e diferente número atômico Z) em função de Z , conforme mostra a Fig. 2.4. Pode-se observar que existem essencialmente duas configurações possíveis devido à energia de emparelhamento representada pelo último termo na fórmula de Weizsäcker. Assim, as configurações dentro desse grupo de isóbaros segundo A são: para A ímpar (Fig. 2.4a) só

2

$$M_{A,Z} = Zm_H + (A - Z)m_n - a_V A + a_S A^{2/3} + a_C Z^2 A^{-1/3} + a_A \frac{(Z - A/2)^2}{A} - a_P \frac{(-1)^Z + (-1)^{A-Z}}{2} A^{-1/2}. \quad (2.40)$$

A partir desta expressão é possível obter o excesso de massa: $\delta M(A, Z) = (M_{A,Z} - A)c^2$.

tem uma parábola representada pela linha tracejada de cor laranja, no entanto, quando A é par (Fig. 2.4b) existem duas parábolas (linhas tracejadas azul e vermelha) separadas por 2δ , sendo δ o coeficiente que dá a energia de emparelhamento. No primeiro caso acontece que os núcleos com Z menor ao núcleo mais estável³ vão decair continuamente por meio do decaimento β^- (seta laranja) até chegar justamente ao núcleo mais estável, e aqueles com Z maior, por meio do decaimento β^+ (seta verde).

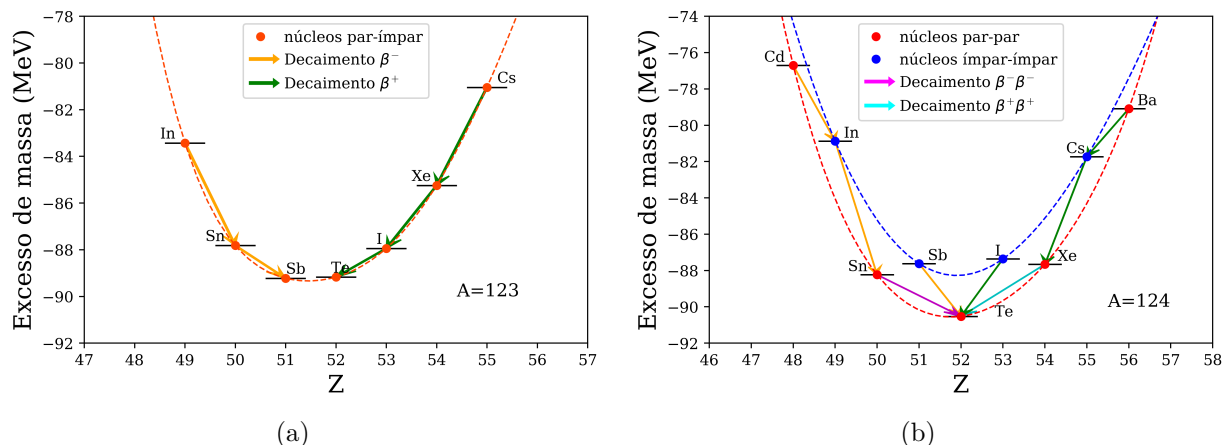


Figura 2.4 – Parábola de massas. (a) Parábola de isóbaros com A ímpar onde as setas representam decaimentos beta simples: seta laranja (verde) para decaimentos β^- (β^+). (b) Isóbaros com A par possuem duas parábolas: a parábola da linha tracejada azul composta pelos núcleos ímpar-ímpar e a parábola da linha tracejada vermelha com os núcleos par-par. As seta roxa mostra a possibilidade do decaimento $\beta\beta$. Fonte: Adaptada de [4].

Para isóbaros com A par, a curva inferior corresponde aos núcleos par-par, aqueles com Z par e N (número de nêutrons) par, os quais possuem uma energia de ligação maior, contrariamente aos núcleos ímpar-ímpar da curva superior, que estão menos ligados e através de decaimentos β^- ou β^+ passaram à curva inferior. Porém, existe a possibilidade de que um núcleo da curva inferior que esteja perto do núcleo estável tenha proibido um desses decaimentos β pela conservação da energia, uma vez que o núcleo vizinho da curva superior tem uma energia de desintegração maior e ademais seria um núcleo menos ligado. Então esse isóbaro pode ser considerado metaestável dado que após de um longo tempo pode decair com a emissão de dois elétrons (ou pósitrons), o que é chamado de decaimento $\beta\beta$. Um exemplo disso ocorre com o núcleo ^{124}Sn (veja a Fig. 2.4b) que não pode decair por β^- para o ^{124}Sb , situado em um excesso de massa superior, mas poderia chegar ao ^{124}Te pela emissão de dois elétrons. Isso significa que o ^{124}Sn está mais fortemente ligado

³ Núcleo que tem menor excesso de massa ou menor energia e corresponde ao isóbaro no ponto mínimo da parábola. Assim, o número de prótons Z_0 para o qual $M_{Z,A}$ é mínimo tem a forma:

$$Z_0 = \frac{A}{2} \left(\frac{m_n - m_H + a_A}{a_C A^{2/3} + a_A} \right) = \frac{A}{1.98 + 0.015A^{2/3}}. \quad (2.41)$$

em comparação com o ^{124}Sb fazendo com que um decaimento β seja impossível, no entanto, está menos ligado do que o ^{124}Te sendo mais favorável um decaimento $\beta\beta$.

De forma geral, o decaimento $\beta\beta$ é um processo fraco que conserva o número de massa A e muda o número atômico Z em duas unidades na transição entre os estados inicial e final. Basicamente, o processo converte um núcleo inicial (A, Z) , em um núcleo com $(A, Z + 2)$ ou $(A, Z - 2)$, considerando dois possíveis modos de decaimento, $\beta^-\beta^-$ ou $\beta^+\beta^+$. Uma diferença entre estos processos pode-se observar com a seta roxa no decaimento $\beta^-\beta^-$ para o ^{124}Sn como mostra a Fig. 2.4b e a seta de cor ciano no decaimento $\beta^+\beta^+$ para o ^{124}Xe (veja também as parábolas de massa para os isótopos ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe no Apêndice A). Adicionalmente, existem processos similares que mudam um núcleo de (A, Z) para $(A, Z - 2)$ como é o caso da captura de elétron com emissão de pósitron (β^+EC) e a captura dupla de elétrons ($ECEC$). Os diferentes modos do duplo decaimento beta podem ser representados da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 \beta^-\beta^- &: (Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + 2e^- (+2\bar{\nu}_e), \\
 \beta^+\beta^+ &: (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + 2e^+ (+2\nu_e), \\
 \beta^+EC &: e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) + e^+ (+2\nu_e), \\
 ECEC &: 2e^- + (Z, A) \rightarrow (Z - 2, A) (+2\nu_e).
 \end{aligned}
 \tag{2.42}$$

E seus respectivos valores de $Q_{\beta\beta}$ foram calculados seguindo o processo descrito na Seção 2.1.1, resultando em:

$$\begin{aligned}
 \beta^-\beta^- &: Q_{\beta\beta} = (M_{Z,A} - M_{Z+2,A})c^2, \\
 \beta^+\beta^+ &: Q_{\beta\beta} = (M_{Z,A} - M_{Z-2,A} - 4m_e)c^2, \\
 \beta^+EC &: Q_{\beta\beta} = (M_{Z,A} - M_{Z-2,A} - 2m_e)c^2, \\
 ECEC &: Q_{\beta\beta} = (M_{Z,A} - M_{Z-2,A})c^2.
 \end{aligned}
 \tag{2.43}$$

Os diagramas de Feynman para os modos de decaimento $0\nu\beta^+\beta^+$, $0\nu\beta^+EC$ e $0\nuECEC$ são mostrados na Fig. A.2. As expressões na Eq. (2.42) correspondem aos modos dos dois diferentes estados finais do decaimento $\beta\beta$ que podem acontecer, isto é, sem (ou com) a emissão de dois neutrinos $0\nu\beta\beta$ ($2\nu\beta\beta$) [27]. Ambos casos são mostrados nos diagramas de Feynman da Fig. 2.5 para o decaimento $\beta^-\beta^-$ e serão descritos com mais detalhe a seguir.

2.3.1 $2\nu\beta\beta$

A probabilidade de um decaimento com emissão simultânea de dois elétrons acontecer foi calculada inicialmente por Goeppert-Mayer em 1935 [41]. Os resultados deste decaimento foram desenvolvidos através da teoria de Fermi como uma perturbação de segunda ordem, mostrando que é um processo nuclear raro que acontece a partir da interação fraca de léptons com núcleons e tem uma meia vida da ordem de 10^{17} anos. A

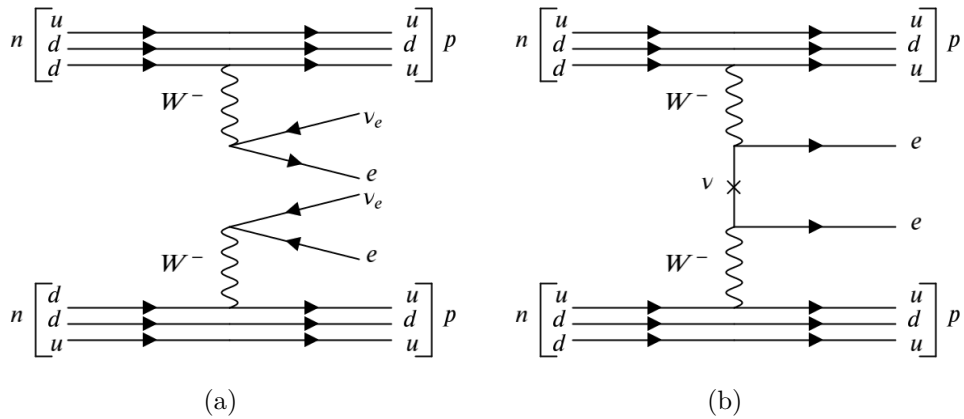


Figura 2.5 – Diagramas de Feynman para o decaimento $\beta\beta$. (a) Com emissão de dois antineutrinos, $2\nu\beta\beta$. (b) Sem emissão de neutrinos, $0\nu\beta\beta$. Usualmente o diagrama de Feynman (b) é conhecido como mecanismo estândar ou mecanismo de massa. Fonte: Adaptada de [5]

forma comum de representar este tipo de decaimento com emissão de dois neutrinos (na verdade, dois antineutrinos) é dada por:

$$2\nu\beta\beta : (A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e. \quad (2.44)$$

Neste caso o neutrino é uma partícula de Dirac ($\nu_e \neq \bar{\nu}_e$) sem massa, sendo o decaimento $2\nu\beta\beta$ permitido dentro do MP e conservando o número leptônico. A Fig. 2.5a mostra o diagrama de Feynman para este decaimento.

A primeira evidencia direta do decaimento $2\nu\beta\beta$ foi medida em 1987 por Elliot e seus colaboradores, através da desintegração do ^{82}Se com uma meia vida de 1.1×10^{20} anos [42]. Atualmente, existem diferentes métodos experimentais para sua observação tais como detecção directa, medições radioquímicas e geoquímicas [43]. Usando estas técnicas, o decaimento tem sido medido em diferentes núcleos e os resultados das meias vidas estão na faixa entre 7×10^{18} e 2×10^{24} anos [44]. De forma geral, sua taxa de decaimento pode ser fatorizada em boa aproximação como [45]:

$$\frac{\Gamma_{2\nu}}{\ln 2} = (T_{1/2}^{2\nu})^{-1} = G_{2\nu} |M_{2\nu}|^2, \quad (2.45)$$

onde $G_{2\nu}$ é o fator no espaço de fase para as quatro partículas e $M_{2\nu}$ é o elemento de matriz nuclear (NME na sigla em inglês). Da mesma forma ficará fatorizada a meia vida para todos os modos decaimentos das expressões na Eq. (2.42) [46].

2.3.2 $0\nu\beta\beta$

Tomando como referência o decaimento $2\nu\beta\beta$ e baseado na ideia de E. Majorana da simetrização da equação de Dirac [47] ao considerar partículas e antipartículas como

sendo a mesma partícula ($\nu = \bar{\nu}$), Furry propôs em 1939 o duplo decaimento beta sem neutrinos ($0\nu\beta\beta$)[48]:

$$0\nu\beta\beta : \quad (A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^-, \quad (2.46)$$

onde o neutrino é sua própria antipartícula, ou seja, é uma partícula de Majorana. Este neutrino de Majorana tem somente um caráter virtual no decaimento, já que o antineutrino emitido com o elétron será absorvido na emissão do segundo elétron, deixando assim o estado final sem neutrinos. Como consequência disso, o processo descrito na Eq. (2.46) viola o número leptônico em duas unidades ($|\Delta L| = 2$) dado que o número leptônico do estado inicial ($L_i = 0$) difere do estado final ($L_f = 2$). Portanto, a existência do decaimento $0\nu\beta\beta$ representa física além do MP, podendo ter contribuições vindas de modelos estendidos tal como analisaremos no decorrer desta dissertação.

Na literatura é bem conhecido que a contribuição principal para o decaimento $0\nu\beta\beta$ provêm do mecanismo estândar (vide a Seção 4.1), o qual é caracterizado pela troca de neutrinos de Majorana leves entre vértices $V - A$, como mostra a Fig. 2.5b. A meia-vida estimada para o decaimento $0\nu\beta\beta$ nos experimentos, considerando somente o mecanismo estândar, é dada por:

$$\left(T_{1/2}^{0\nu}\right)^{-1} = G_{0\nu} |M_{0\nu}|^2 \left(\frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle}{m_e}\right)^2, \quad (2.47)$$

de modo análogo ao caso do decaimento $2\nu\beta\beta$, temos que $G_{0\nu}$ é o fator no espaço de fase do estado final, $M_{0\nu}$ é o elemento de matriz nuclear na transição e neste caso, $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ é a massa efetiva de Majorana. Este último parâmetro representa um dos observáveis de massa e será explicado com mais de detalhe na Seção 2.4.2.

As sensibilidades para o tempo de meia-vida $T_{1/2}^{0\nu}$ estimado nos experimentos na procura do decaimento $0\nu\beta\beta$ são comparadas através de $\langle m_{\beta\beta} \rangle$. Por este motivo, também é importante conhecer com boa precisão tanto $G_{0\nu}$ quanto $M_{0\nu}$. O calculo para os fatores no espaço de fase é possível em boa aproximação, por exemplo, usando funções de onda exatas de Dirac como foi analisado em [13]. As incertezas no seu cálculo estão relacionadas principalmente ao valor experimental de Q e podem ter até 7% de margem de erro [46]. No caso dos elementos de matriz nuclear $M_{0\nu}$, as incertezas são ainda maiores devido ao fato de ser um problema de muitos corpos dada a sua natureza nuclear, sem possibilidade de calcular exatamente. No entanto, diferentes métodos e aproximações tem sido desenvolvidos [49] através do estudo da estrutura nuclear e as funções de onda que relacionam o estado inicial e final do processo. Por exemplo, a variação dos diferentes métodos para os NME e sua influencia na sensibilidade média esperada do experimento nEXO é mostrada na seguinte tabela:

Método	NME $M_{0\nu}$	$\langle m_{\beta\beta} \rangle$ [meV]
NREDF	4.77	5.7
REDF	4.32	6.3
IBM-2	3.05	9.0
RQRPA-UCOM	2.54	10.8
QRPA	2.46	11.1
ISM	1.77	15.5
Skyrme-QRPA	1.55	17.7

Tabela 2.3 – NME e sensibilidade de $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ para o experimento nEXO usando ^{136}Xe , assumindo $G_{0\nu} = 3.6 \times 10^{-14} \text{ yr}^{-1}$ e limite no tempo de meia-vida $T_{1/2}^{0\nu} = 9.2 \times 10^{27} \text{ yr}$. Entre os métodos implementados estão por exemplo: QRPA (aproximação quase-aleatória) e ISM (modelo de camadas). Fonte: Tomada de [9].

O intervalo na sensibilidade $\langle m_{\beta\beta} \rangle < (5.7 - 17.7) \text{ meV}$ reflete as incertezas nos cálculos dos NME na hora de extrair os limites experimentais. Apesar das dificuldades teóricas e experimentais envolvidas na procura pelo decaimento $0\nu\beta\beta$, o estudo aprofundado desse processo está bem motivado em obter mais informação da massa absoluta dos neutrinos e o ordenamento dessas massas.

2.4 Observáveis de neutrinos

2.4.1 Oscilações de neutrinos e espectro de massa

Os esforços experimentais no estudo das oscilações de neutrinos mostraram que há uma mudança de sabor destas partículas quando são propagados através de uma certa distância desde sua fonte⁴. A consequência principal desses resultados levou na conclusão de que os neutrinos possuem massa. Basicamente, existe um autoestado de sabor do neutrino ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$), produzido na interação fraca com um lepton carregado do mesmo sabor, que oscila quanticamente na sua propagação. Esse efeito é devido ao fato dele ser uma combinação linear dos autoestados de massa ν_k ⁵ ($i = 1, 2, 3$) com amplitudes proporcionais a $U_{\alpha i}^*$ [24]:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_k U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle, \quad (2.48)$$

⁴ Os neutrinos gerados nessas fontes são: neutrinos solares, atmosféricos ou artificiais (provenientes de reatores ou aceleradores).

⁵ Refere-se aos estados com massa bem definida.

sendo U a matriz de mistura PMNS⁶, a qual é unitária. Esta matriz usualmente é parametrizada (vide o Apêndice B) da forma

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ -s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} P, \quad (2.49)$$

onde $\theta_{ij} \in [0, \pi/2]$ são os ângulos de mistura, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ e $\delta \in [0, 2\pi]$ é a fase responsável pela violação CP nos experimentos de oscilação de neutrinos. A matriz diagonal $P = \text{diag}(1, e^{i\alpha}, e^{i(\beta+\delta)})$ contém duas fases adicionais α e β , as quais têm significado físico se os neutrinos são partículas de Majorana. No cenário com três neutrinos, temos 9 parâmetros físicos: três massas m_i , três ângulos de mistura $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ e três fases δ, α, β . Também é possível observar que a parametrização da matriz PMNS na Eq. (2.49) deixa U_{ei} independente de δ .

Idealmente, os experimentos de oscilação de neutrinos podem medir a probabilidade de transição entre sabores de neutrinos com uma energia E definida e a uma distância L entre a fonte e o detector. Para esse fim, pode-se considerar que os autoestados de massa são descritos por uma onda plana, sendo esses autoestados ortogonais e, sabendo além, que os neutrinos são relativísticos, então consegue-se obter a probabilidade de oscilação de forma geral

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i < j} \text{Re}[U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}] \sin^2 \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} + 2 \sum_{i < j} \text{Im}[U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}] \sin^2 \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}, \quad (2.50)$$

onde $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ são as diferenças quadráticas das massas. Para o caso de três famílias fermiônicas, os experimentos de oscilação de neutrinos então dependem de três ângulos de mistura, duas diferenças quadráticas de massa e a fase de Dirac δ . Note aqui que a probabilidade de oscilação é independente das fases de Majorana.

O sinal da diferença quadrática Δm_{31}^2 (também chamada Δm_{atm}^2 já que sua medição provem da oscilação de neutrinos atmosféricos) ainda é desconhecido, razão pela qual existem dois tipos de ordenamento para o espectro da massa dos neutrinos: $m_3 > m_2 > m_1$ para o ordenamento normal (ON) com $\Delta m_{31}^2 > 0$ ou $m_2 > m_1 > m_3$ para o ordenamento invertido (OI) com $\Delta m_{31}^2 < 0$. Neste caso, pode-se escrever as duas massas maiores para cada ordenamento em termos das massas mais leves

$$\begin{aligned} \text{ON: } m_2 &= \sqrt{m_1^2 + \Delta m_{21}^2}, & m_3 &= \sqrt{m_1^2 + \Delta m_{31}^2}, \\ \text{OI: } m_2 &= \sqrt{m_3^2 + \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{31}^2}, & m_1 &= \sqrt{m_3^2 + \Delta m_{31}^2}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

⁶ Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata

2.4.2 Observáveis de massa absoluta

Como tem sido mencionado, as oscilações de sabor dos neutrinos não são sensíveis à medida da massa absoluta dos neutrinos nem proporcionam informação sobre a sua natureza. Porém, existem três tipos de experimentos para este propósito, com abordagens diferentes embora complementares:

1. Observações com experimentos "Plot-Kurie"

Este tipo de observações estão baseadas na cinemática de decaimentos fracos, ou seja, a partir do estudo da conservação de energia-momento dessas desintegrações onde um neutrino ou antineutrino estão envolvidos. Tais buscas cinemáticas foram propostas por Fermi em 1933 para a massa do neutrino ν_e , analisando a parte final do espectro do decaimento β do trítio, ${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + e^- + \bar{\nu}_e$. Dado que esse decaimento é uma transição superpermitida⁷, então o elemento de matriz é independente do momento. Desse modo, podemos usar a Eq. (2.39) para definir o espectro que dá a distribuição dos elétrons emitidos em função do momento deles

$$N(p_e) \equiv \frac{d\lambda}{dp_e}. \quad (2.52)$$

A fim de definir a função de Kurie, reescrevemos a expressão obtida na Eq. (2.39) usando unidades naturais:

$$K(T_e) \equiv \sqrt{\frac{N(p_e)}{C p_e^2 F(Z_f, T_e)}} = [(Q - T_e) \sqrt{(Q - T_e)^2 - m_\beta^2}]^{1/2}. \quad (2.53)$$

onde $C = \frac{G_V^2}{2\pi^3} |M_{fi}|^2$ e $m_\beta \equiv m_{\nu_e}$. Note que se $m_\beta = 0$, conseqüentemente $K(T_e)$ depende linearmente de T_e e o valor máximo para a energia cinética será $T_e^{\max} = Q$. No entanto, para $m_\beta \neq 0$ existe uma influencia na distribuição provocando um deslocamento no ponto final da linha reta pela dependência não linear em T_e , em conseqüência, $T_e^{\max} = Q - m_\beta$ (veja a Fig. 2.6). Assim, a massa do neutrino pode ser estimada medindo esta diferença. No caso do decaimento do trítio, o valor $Q = 18.6$ keV é muito pequeno e portanto é mais sensível a essa distorção induzida por m_β . Assim, para esses decaimentos o parâmetro observável para massa do neutrino é

$$m_\beta = \sqrt{\sum |U_{ei}|^2 m_i^2}. \quad (2.54)$$

Este tipo de abordagem é a mais independente do modelo comparado aos outros observáveis que serão mencionados mais para frente, porém oferece os limites mais fracos. O limite superior mais recente na busca cinemática pela massa do neutrino é $m_\beta < 1.1$ eV

⁷ São transições permitidas ($l = 0$) de Fermi, ou seja, transições entre dois átomos com o mesmo spin e a mesma paridade, simbolizadas por $0^+ \rightarrow 0^+$ [50].

dada pelo experimento KATRIN com um nível de confiança (NC) de 90%, melhorando as restrições impostas pelos experimentos Mainz e Troitsk com resultados de $m_\beta < 2.2$ eV com 95% NC. Espera-se que o experimento KATRIN consiga uma sensibilidade estimada de $m_\beta \sim 0.2$ eV. Também estão sendo exploradas outras técnicas de espectrometria beta usando radiação síncrotron no Project 8 [7].

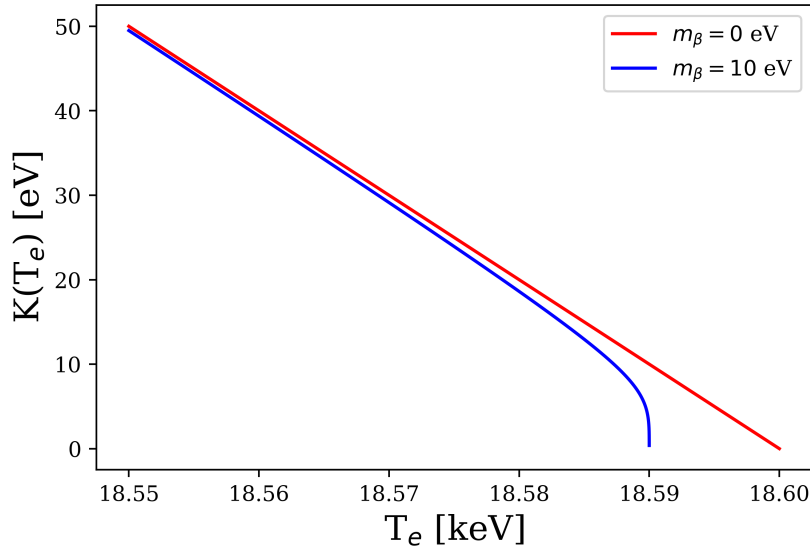


Figura 2.6 – Função de Kurie $K(T_e)$. O ponto final da linha vermelha corresponde ao valor máximo da energia cinética do elétron emitido no decaimento β do trítio, $Q = 18.6$ keV, considerando $m_\beta = 0$. Porém, assumindo uma massa do neutrino, $m_\beta = 10$ eV, há um deslocamento no ponto final da linha azul. Fonte: Adaptada de [6].

Usando as Eqs. (2.49) e (2.51) na Eq. (2.54), pode-se aproveitar os resultados dos experimentos de oscilação de neutrinos para conectar informação do observável com a massa do neutrino mais leve segundo os dois tipos de ordenamento

$$m_\beta = \sqrt{\sum |U_{ei}|^2 m_i^2} = \begin{cases} \sqrt{m_0^2 + \Delta m_{21}^2 s_{12}^2 c_{13}^2 + \Delta m_{31}^2 s_{13}^2}, & \text{em ON,} \\ \sqrt{m_0^2 + \Delta m_{21}^2 s_{12}^2 c_{13}^2 + \Delta m_{31}^2 c_{13}^2}, & \text{em OI.} \end{cases} \quad (2.55)$$

onde $m_0 = m_1(m_3)$ é a massa do neutrino mais leve no ON (OI). A Fig. 2.7 da esquerda mostra o observável m_β em função de m_0 e encontra-se que os limites mais baixos são $m_\beta > 0.048$ (0.0085) eV para IO (ON) com 95% NC. Esta figura foi realizada usando os valores de melhor ajuste para os parâmetros de oscilação mostrados na Tabela B.1 e do mesmo jeito para as Figs. 2.8 a 2.9.

Os limites atuais para decaimentos envolvendo neutrinos de outros sabores são listados em [51]

$$m_{\nu_\mu} < 190 \text{ keV (90\% NC)} \quad \text{de} \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu,$$

$$m_{\nu_\tau} < 18.2 \text{ keV (90\% NC)} \quad \text{de} \quad \tau^- \rightarrow n\pi + \nu_\tau.$$

Nesses limites, as combinações da Eq. (2.54) são $\sum_i m_i^2 |U_{\alpha i}|^2$ para $\alpha = \mu$ e τ , respectivamente. Evidentemente os limites mais fortes na escala absoluta na massa do neutrino vem do decaimento beta do trítio.

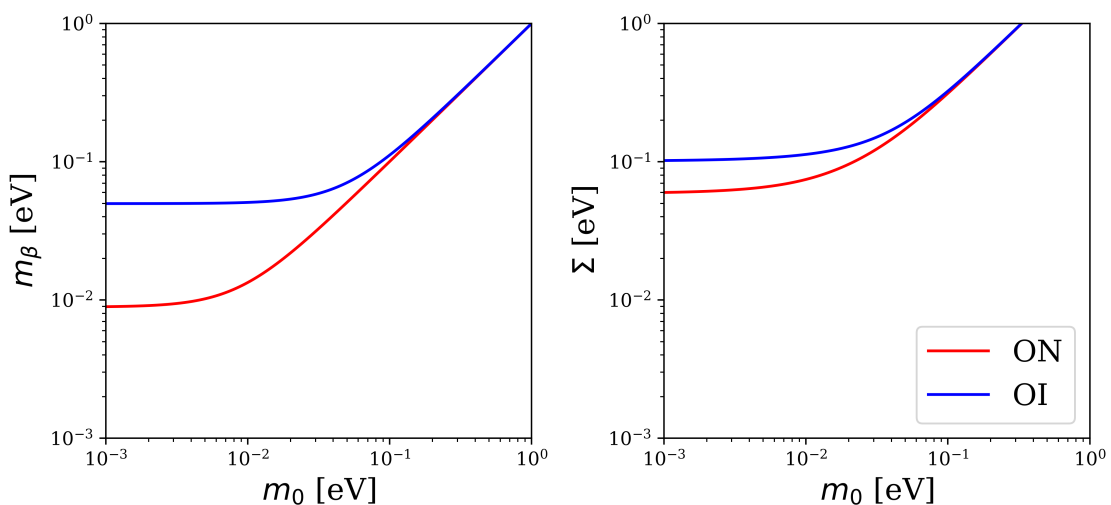


Figura 2.7 – Massa cinemática do neutrino m_β (esquerda) e soma das massas Σ (direita) em função da massa do neutrino mais leve m_0 . Fonte: Adaptada de [7].

2. Observações cosmológicas e astrofísicas

Além da radiação cósmica de fundo no Universo associada aos fótons, também existe uma predição da radiação cósmica de fundo composta por neutrinos relíquias do Big Bang que ainda não tem sido detectada diretamente. Embora há algumas observações que demonstram uma evidência indireta da existência dessa radiação, entre elas, o espectro de potência do fundo cósmico de microondas (CMB, na siglas em inglês) [51]. Assim, a cosmologia resulta sensível a algumas propriedades desses neutrinos.

Atualmente, o modelo cosmológico estandar provê um bom ajuste com as observações cosmológicas, assumindo como partículas relíquias aos fótons e os neutrinos ativos⁸. Neste modelo, pode-se conhecer a densidade total dos neutrinos ativos hoje ρ_ν^0 , em unidades de densidade crítica ρ_{crit}^0 , como função da massa total dos neutrinos Σ , de forma que $\Omega_\nu = \frac{\rho_\nu^0}{\rho_{\text{crit}}^0} = \frac{\Sigma}{93.14h^2\text{eV}}$, sendo h a constante de Hubble em unidades de $100 \text{ km s}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$.

⁸ Existem modelos estendidos considerando outro tipo de partículas relíquias leves que poderiam produzir efeitos similares aos neutrinos ativos.

Desse modo, as observações cosmológicas permitem colocar os limites mais fortes entre os observáveis, a partir da soma das massas dos neutrinos:

$$\Sigma = \sum m_i \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.56)$$

O limite atual para este observável é da ordem de $\Sigma \lesssim 0.1$ eV. Embora, esse limite depende fortemente do modelo adotado e da complementaridade entre o conjunto de dados das diferentes observações cosmológicas. A Fig. 2.7 da direita mostra os limites para este observável a partir das medições dos experimentos de oscilações de neutrinos: $\Sigma > 0.1$ (0.06) eV para IO (ON) com 95% NC. Por outro lado, é evidente que a expressão na Eq. (2.56) resulta independente dos elementos da matriz de mistura e portanto, não fornece informação sobre a natureza dos neutrinos.

3. Observações do decaimento $0\nu\beta\beta$

Tal como foi introduzido e descrito na Seção 2.3.2, a medição da taxa de decaimento $\Gamma_{0\nu}$ leva na determinação da massa efetiva de Majorana $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ definida como

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle = \left| \sum U_{ei}^2 m_i \right|. \quad (2.57)$$

Procedendo de forma similar à Eq. (2.55), o observável $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ para ambos ordenamentos fica

$$\langle m_{\beta\beta} \rangle = \begin{cases} \left| m_0 c_{12}^2 c_{13}^2 + \sqrt{m_0^2 + \Delta m_{21}^2} s_{12}^2 c_{13}^2 e^{2i\alpha} + \sqrt{m_0^2 + \Delta m_{31}^2} s_{13}^2 e^{2i\beta} \right|, & \text{em ON,} \\ \left| m_0 s_{13}^2 e^{2i\beta} + \sqrt{m_0^2 + \Delta m_{31}^2} c_{12}^2 c_{13}^2 + \sqrt{m_0^2 + \Delta m_{21}^2 + \Delta m_{31}^2} s_{12}^2 c_{13}^2 e^{2i\alpha} \right|, & \text{em OI.} \end{cases} \quad (2.58)$$

Note que $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ é o único observável que depende das fases de Majorana. Além disso, resulta independente dos parâmetros de oscilação θ_{23} e δ , então dependerá de 7 ao invés dos 9 parâmetros físicos. Desses sete parâmetros resultantes, alguns deles podem ser obtidos através dos experimentos de oscilação, porém, resulta conveniente expressar $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ em termos de três quantidades ainda desconhecidas: a massa absoluta, representada pela massa do neutrino mais leve m_0 , e as duas fases de Majorana α e β , a diferença do decaimento β do trítio, o qual resulta independente destas fases. As regiões permitidas para $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ estão consequentemente em uma faixa maior conforme mostra a Fig. 2.8.

Os sinais na Fig. 2.8 correspondem aos valores das fases de Majorana onde CP é conservado, isso acontece quando $e^{2i\alpha} = \cos(2\alpha) + i \sin(2\alpha) = \pm 1$, o que implica que $\alpha = n\pi/2$. A análise também aplica para β , de forma que podemos escolher $\alpha, \beta \in [0, \pi/2]$, sendo os valores extremos os que conservam CP. Por exemplo, $(+, -)$ representa $(\alpha = 0, \beta = \pi/2)$. As áreas sombreadas correspondem aos valores intermediários entre 0 e $\pi/2$ que violam CP (CPV, na sigla em inglês).

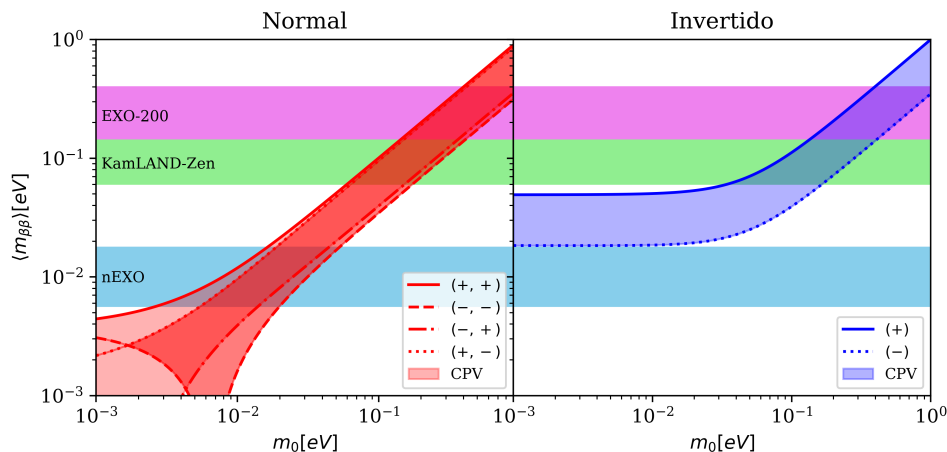


Figura 2.8 – Regiões permitidas para $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ em função de m_0 e limites de alguns experimentos na busca do decaimento $0\nu\beta\beta$ no ^{136}Xe . Aqui foram usados os valores de melhor ajuste dos parâmetros de oscilação mostrados na Tabela B.1. Fonte: Adaptada de [8, 9].

Também se observa que os resultados dos experimentos de oscilação de neutrinos indicam que $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ pode ser da ordem de meV ou mesmo ser de ordens ainda menores dentro do cenário com ON. Entretanto, o cenário do OI representa uma meta física alcançável pelos experimentos devido à existência de um limite inferior na massa efetiva de Majorana $\langle m_{\beta\beta} \rangle > 0.018$ eV com 95% NC e uma meia-vida necessariamente finita de aproximadamente 10^{28} anos. À vista disso, resulta interessante a sensibilidade esperada do experimento nEXO porque abrangeria todo o OI. A sensibilidade deste e alguns outros experimentos está representada pelas bandas horizontais da figura, as quais correspondem à variação de $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ por um fator de 2-3 devido as incertezas nos cálculos dos elementos de matriz nuclear como foi discutido na Seção 2.3.2. Atualmente, o limite mais forte vem do experimento KamLAND-Zen com $\langle m_{\beta\beta} \rangle < (61 - 165)$ meV, cuja meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$ do ^{136}Xe foi $T_{1/2}^{0\nu} > 1.07 \times 10^{26}$ anos com 90% NC, um pouco acima da banda do OI.

Para interpretar o potencial que podem ter os experimentos atuais e futuros na procura do decaimento $0\nu\beta\beta$, convém olhar também a complementaridade com os demais observáveis discutidos nesta seção. A Fig. 2.9 ilustra bem esse intuito, excluindo uma região após a combinação de duas quantidades mensuráveis para restringir o espaço de parâmetros. Uma observação para m_β e $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ dentro das áreas sombreadas seria um teste fiável da mistura de neutrinos de Majorana massivos [8]. Outro cenário a considerar seria por exemplo se os limites dos experimentos atingirem o valor mínimo do OI para $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ sem a observação do decaimento, fica assim descartado este tipo de ordenamento para neutrinos de Majorana. Embora, se outros experimentos conseguem mostrar que o ordenamento das massas de fato é invertido, consequentemente pode-se descartar que os neutrinos sejam de Majorana. Também pode acontecer que as medições da massa

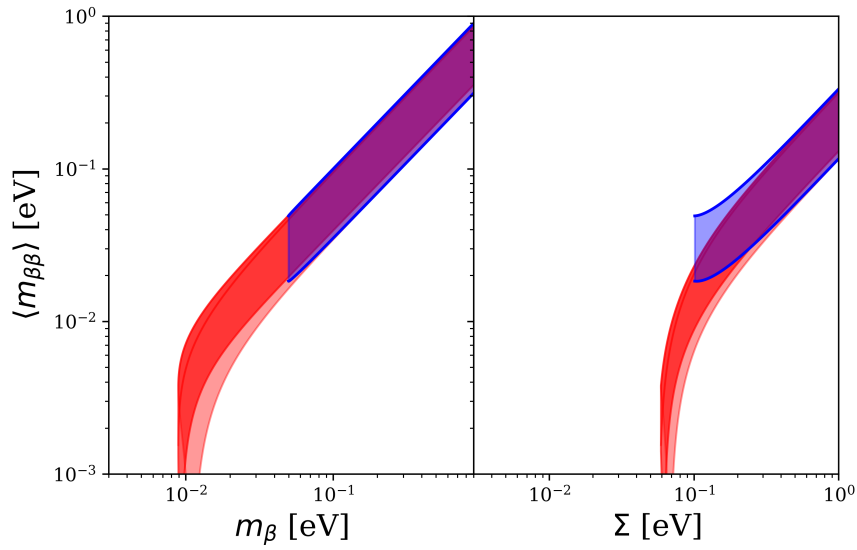


Figura 2.9 – Massa efetiva $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ em função da massa cinemática do neutrino m_β (esquerda) e a soma das massas Σ (direita). A área sombreada vermelha (azul) indica o ordenamento de massa ON (OI). Fonte: Adaptada de [7].

efetiva fossem incompatíveis com as observações cosmológicas ou com os resultados do experimento KATRIN, o qual implicaria que talvez o mecanismo estandar não causa o decaimento [7].

Dado que existem outros mecanismos que também podem mediar o decaimento $0\nu\beta\beta$ além do mecanismo estandar, então a amplitude desse processo consequentemente vai depender do modelo analisado. Uma dessas teorias que tem contribuições no processo é o MSLR, o qual será discutido no seguinte capítulo.

3 Modelo Simétrico Left-Right

A estrutura de gauge do MP indica a existência de uma assimetria quiral esquerda-direita nas interações fracas, tornando-se evidente na corrente carregada onde só participam férmions de quiralidade esquerda. Essa quebra de paridade foi proposta inicialmente por Lee e Yang para explicar os modos de decaimento de uma mesma partícula em estados finais com paridades diferentes (o problema conhecido como $\tau - \theta$ puzzle)[52]. As primeiras tentativas de propor uma teoria de gauge que respeita-se a simetria discreta de paridade veio dos trabalhos de Pati, Salam, Mohapatra e Senjanovic [53–56]. Hoje é bem conhecido que o MSLR contempla esse cenário através de uma extensão mínima do grupo de gauge do MP, restaurando assim a paridade a altas energias.

Neste capítulo, inicialmente será apresentado o conteúdo de partículas da teoria, seguido da contribuição de cada um dos setores afim de encontrar as misturas e as massas das partículas, entre elas: campos escalares, bósons de gauge e essencialmente os léptons. Finalizando o capítulo serão brevemente discutidas as correntes de interação entre os bósons de gauge e os léptons, destacando a corrente carregada que será chave para a análise das amplitudes nas contribuições do decaimento $0\nu\beta\beta$.

3.1 Interações Eletrofracas

O MSLR é uma teoria de gauge livre de anomalias, renormalizável e está baseada no grupo de simetria $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$. Suprimindo o grupo $SU(3)_C$ e focando só no setor eletrofraco do modelo, podemos reescrever como

$$G_{LR} \equiv SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}. \quad (3.1)$$

Tal como acontece no MP, essa simetria de gauge eventualmente será quebrada para o grupo eletromagnético $U(1)_{EM}$, cuja carga associada é a carga elétrica Q . Desse modo, a fórmula de Gell-Mann-Nishijima será modificada de forma que a relação entre a carga elétrica e os geradores diagonais de cada grupo na Eq. (3.1) fica

$$Q = T_L^3 + T_R^3 + \frac{B-L}{2}. \quad (3.2)$$

onde $T_{L(R)}^3$ é a terceira componente de isospin fraco esquerdo (direito) correspondente à carga do grupo $SU(2)_{L(R)}$. Para este caso, teremos $(B-L)/2$ ¹ como gerador ou carga do grupo $U(1)_{B-L}$ e $T_{L(R)}^a = \frac{\sigma^a}{2}$ como os geradores dos grupos $SU(2)_{L(R)}$, sendo σ^a ($a = 1, 2, 3$) as matrizes de Pauli. Os geradores T^a respeitam a álgebra de Lie

$$[T_{L(R)}^a, T_{L(R)}^b] = i\epsilon_{abc}T_{L(R)}^c, \quad (3.3)$$

¹ O fator 1/2 é por convenção.

sendo ϵ_{abc} o tensor de Levi-Civita. A cada gerador se associa um bóson de gauge não físicos: $W_{\mu L}^a, W_{\mu R}^a$ e B_μ , tal como veremos nas seções subsequentes.

Em geral, a lagrangeana invariante de Lorentz e invariante gauge pelo grupo G_{LR} é a soma das interações de cada um dos setores do modelo

$$\mathcal{L}_{LR} = \mathcal{L}_{\text{férmions}} + \mathcal{L}_{\text{gauge}} + \mathcal{L}_{\text{escalar}} + \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}, \quad (3.4)$$

onde cada um dos termos na lagrangiana serão discutidos no decorrer do capítulo.

3.1.1 Setor de férmions

Da mesma forma que no MP, os férmions de mão esquerda do MSLR estão na representação de dupletos do grupo $SU(2)_L$:

$$L'_{iL} = \begin{pmatrix} \nu'_i \\ l'_i \end{pmatrix}_L : (2, 1, -1), \quad Q'_{iL} = \begin{pmatrix} u'_i \\ d'_i \end{pmatrix}_L : (2, 1, 1/3), \quad (3.5)$$

onde i corresponde ao índice de família ou geração² e o sobrescrito “ \prime ” representa os férmions na base de sabor. O parentese que acompanha cada duplete contém os números quânticos associados aos grupos de simetria de G_{LR} . Por outro lado, férmions de mão direita já não estarão mais na representação de singletos como no MP, eles serão dupletos transformando pelo grupo $SU(2)_R$ cuja representação é da forma

$$L'_{iR} = \begin{pmatrix} \nu'_i \\ l'_i \end{pmatrix}_R : (1, 2, -1), \quad Q'_{iR} = \begin{pmatrix} u'_i \\ d'_i \end{pmatrix}_R : (1, 2, 1/3). \quad (3.6)$$

Como resultado dessa estrutura de grupo temos a introdução natural do neutrino de mão direita. Denotamos L e R nos dupletos acima para associar os operadores de projeção dos férmions, $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$.

A forma como as transformações do grupo G_{LR} atuam nos campos fermiônicos é:

$$\begin{aligned} \Psi_{iL(R)} &\rightarrow U_{L(R)} U_{B-L} \Psi_{iL(R)} \\ &\rightarrow \exp \left(-iT_{L(R)}^a \theta_{L(R)}^a(x) - i \frac{B-L}{2} \theta_{B-L}(x) \right) \Psi_{iL(R)}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde $\Psi_{iL(R)} \equiv L'_{iL(R)}, Q'_{iL(R)}$. Os parâmetros dos grupos $SU(2)_{L(R)}$ e $U(1)_{B-L}$ são $\theta_{L(R)}^a(x)$ e $\theta_{B-L}(x)$, respectivamente. Para manter a invariância pelas transformações locais na Eq. (3.7), introduzimos sete campos nas derivadas covariantes

$$D_{\mu L(R)} = \partial_\mu - ig_{L(R)} T_{L(R)}^a W_{\mu L(R)}^a - ig_{B-L} \frac{B-L}{2} B_\mu. \quad (3.8)$$

² Existem três gerações agrupadas de acordo com a massa das partículas, sendo as mais pesadas aquelas da terceira geração. No caso dos léptons representa $\nu'_{1,2,3} \equiv \nu'_{l,\mu,\tau}$ e $l'_{1,2,3} \equiv e', \mu', \tau'$. Para os quarks $u'_{1,2,3} \equiv u, c, t$ e $d'_{1,2,3} \equiv d, s, b$

Estas derivadas covariantes permitem conhecer as interações e a dinâmica entre os férmions e os campos de gauge através da lagrangeana de férmions (também conhecida como lagrangeana de matéria):

$$\mathcal{L}_{\text{férmions}} = \sum \left(i\bar{\Psi}_{iL}\not{D}_L\Psi_{iL} + i\bar{\Psi}_{iR}\not{D}_R\Psi_{iR} \right), \quad (3.9)$$

onde $\not{D}_{L(R)} = \gamma^\mu D_{\mu L(R)}$. Ou em forma simplificada

$$\mathcal{L}_{\text{férmions}} = \sum i\bar{\Psi}_{iL}\not{D}_L\Psi_{iL} + (L \leftrightarrow R). \quad (3.10)$$

A notação $(L \leftrightarrow R)$ será utilizada mais para frente e indica um termo equivalente ao primeiro da equação, trocando as quiralidades.

3.1.2 Setor de Gauge

Dada a estrutura de grupo do MSLR, os bósons de gauge relativos a cada grupo e suas correspondentes constantes de acoplamento são mostrados na seguinte tabela:

Tabela 3.1 – Bósons de gauge do MSLR. Fonte: Adaptada de [6].

Grupo de gauge	Bósons de gauge	Constantes de acoplamento
$SU(2)_L$	$W_{\mu L}^i = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)_L$	g_L
$SU(2)_R$	$W_{\mu R}^i = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)_R$	g_R
$U(1)_{B-L}$	B_μ	$g_{B-L} \equiv g'$

Como já foi mencionado, os sete campos de gauge não são físicos, mas só a mistura entre eles fará com que se tornem bósons de gauge físicos. Misturas dos bósons de gauge da primeira linha na Tabela 3.1 corresponderá aos bósons vetoriais do MP, denotados por W_L^\pm e Z . Analogamente, da segunda linha obtemos os bósons vetoriais W_R^\pm e Z' . Na última linha aparece o que seria o bóson associado à simetria $U(1)_{B-L}$.

As interações puramente de gauge contêm os termos cinéticos dos bósons de gauge e suas autointerações, sendo descritas pelo seguinte lagrangeano:

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu L}^a G_L^{a\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{\mu\nu R}^a G_R^{a\mu\nu}, \quad (3.11)$$

onde

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \\ G_{\mu\nu L(R)}^a &= \partial_\mu W_{\nu L(R)}^a - \partial_\nu W_{\mu L(R)}^a + g\epsilon^{abc}W_{\mu L(R)}^b W_{\nu L(R)}^c, \end{aligned} \quad (3.12)$$

com $a, b, c = 1, 2, 3$. A lagrangeana na Eq. (3.11) é invariante pelas seguintes transformações infinitesimais de gauge

$$\begin{aligned} W_{\mu L(R)}^a &\rightarrow W_{\mu L(R)}^a - \epsilon^{abc}\theta_{L(R)}^b(x)W_{\mu L(R)}^c - \frac{1}{g}\partial_\mu\theta_{L(R)}^a(x) \\ B_\mu &\rightarrow B_\mu + \partial_\mu\theta_{B-L}(x). \end{aligned} \quad (3.13)$$

Neste ponto, tanto férmions quanto bósons não possuem massas porque os termos de massa violam explicitamente a simetria de gauge. A forma em que eles adquirem massa surge em principio com a introdução dos campos escalares, algo que será discutido na seguinte seção.

Além da invariância de gauge, também exigimos que a teoria seja invariante quando aplicamos uma simetria de paridade, deixando assim as seguintes transformações sobre os campos:

$$L_L \leftrightarrow L_R, \quad Q_L \leftrightarrow Q_R, \quad W_L \leftrightarrow W_R. \quad (3.14)$$

A simetria também impõe a condição $g_L = g_R = g$, reduzindo assim o número de constantes de acoplamento a g e g' como no caso do MP. Para estabelecer uma relação entre essas constantes e alguns parâmetros bem conhecidos hoje como a carga elétrica e e o ângulo de Weinberg θ_W , então definimos g de forma análoga ao MP:

$$g = \frac{e}{\sin \theta_W}. \quad (3.15)$$

Sempre que for possível escrever a carga elétrica como uma combinação do tipo $Q = \sum_n a_n T_n$, então podemos parametriza-la em função das constantes g_n e os coeficientes numéricos a_n

$$\frac{1}{e^2} = \sum_n \left(\frac{a_n}{g_n} \right)^2. \quad (3.16)$$

Da Eq. (3.2) definimos os parâmetros requeridos afim de obter g' . Escolhendo $a_{1,2,3} = 1$, $g_{1,2} = g$, $g_3 = g'$ e tendo em conta a Eq. (3.15), conseguimos conectar a nova constante de acoplamento do nosso modelo com a carga elétrica e ,

$$g' = \frac{e}{\sqrt{\cos 2\theta_W}}. \quad (3.17)$$

3.2 Setor escalar

Sabendo que a quebra espontânea de simetria (QES) eletrofraca no MP é da forma $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_Q$, então é necessário uma primeira quebra de simetria no MSLR, de tal modo que $SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \rightarrow U(1)_Y$. Para que isso aconteça, o conteúdo de campos escalares deve ser estendido a novos multipletos de Higgs. Por exemplo, a simetria inicial pode ser quebrada introduzindo dois dubletos de Higgs, os quais proporcionam termos de massa de Dirac para os neutrinos [6]. Porém, como o propósito do trabalho está focado em analisar a fenomenologia envolvida no decaimento $0\nu\beta\beta$, então resulta conveniente introduzir dois tripletos de Higgs devido aos termos de massa de Majorana para os neutrinos de mão direita gerados nesse cenário.

Afim de manter a simetria de paridade, os tripletos escolhidos são Δ_L e Δ_R , sendo comumente definidos da forma

$$T_L^a \delta_L^a \equiv \Delta_L = \begin{pmatrix} \delta_L^+/\sqrt{2} & \delta_L^{++} \\ \delta_L^0 & -\delta_L^+/\sqrt{2} \end{pmatrix} : (3, 1, 2), \quad (3.18)$$

$$T_R^a \delta_R^a \equiv \Delta_R = \begin{pmatrix} \delta_R^+/\sqrt{2} & \delta_R^{++} \\ \delta_R^0 & -\delta_R^+/\sqrt{2} \end{pmatrix} : (1, 3, 2), \quad (3.19)$$

onde as componentes $\delta_{L(R)}^a$ são

$$\begin{aligned} \delta_{L(R)}^1 &= \delta_{L(R)}^{++} + \delta_{L(R)}^0, \\ \delta_{L(R)}^2 &= i(\delta_{L(R)}^{++} - \delta_{L(R)}^0), \\ \delta_{L(R)}^3 &= \sqrt{2}\delta_{L(R)}^+. \end{aligned} \quad (3.20)$$

As componentes eletricamente neutras podem ser parametrizadas como $\delta_{L(R)}^0 = (v_{L(R)} + \delta_{L(R)}^{0r} + i\delta_{L(R)}^{0i})/\sqrt{2}$. Uma vez que a componente δ_R adquire um valor esperado no vácuo (vev) não nulo, $\langle \delta_R^0 \rangle \neq 0$, a simetria $SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$ é quebrada para $U(1)_Y$, bem como a paridade. Esta quebra acontece em uma escala de energia maior e conseqüentemente, espera-se maiores massas para os novos bósons W_R^\pm e Z' , em comparação aos bósons já existentes no MP. Para a segunda quebra de simetria introduzimos um bidubleto da forma

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_2^+ \\ \phi_1^- & \phi_2^0 \end{pmatrix} : (2, 2, 0). \quad (3.21)$$

Neste caso, a parametrização das duas componentes neutras é da forma: $\phi_{1,2}^0 = (k + \phi_{1,2}^{0r} + i\phi_{1,2}^{0i})/\sqrt{2}$. Esta quebra de simetria acontece na escala eletrofraca do mesmo modo que no MP, após $\langle \phi_{1,2}^0 \rangle \neq 0$. Portanto, para conseguir a simetria do grupo $U(1)_{EM}$, a forma apropriada e convencional da estrutura do vácuo para as componentes neutras dos campos escalares mencionados anteriormente são

$$\langle \Delta_{L(R)} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ v_{L(R)} & 0 \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k' \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

De acordo com a fenomenologia observada hoje, a hierarquia entre os vev dos campos escalares após a quebra de simetria deve ser $v_R \gg k, k' \gg v_L$. A lagrangeana deste setor usualmente é definida como

$$\mathcal{L}_{\text{escalar}} = \mathcal{L}_{\text{escalar}}^{\text{cinético}} + V, \quad (3.23)$$

sendo dividida no termo cinético e no potencial escalar, os quais são responsáveis pela massa dos bósons de gauge e dos campos escalares, respectivamente. Cada termo será descrito nas próximas subseções.

3.2.1 Massas dos campos escalares

Afim de garantir a quebra de simetria $G_{LR} \rightarrow U(1)_{EM}$, foi necessário introduzir novos campos escalares, conseqüentemente é necessário introduzir o seu potencial de Higgs. A forma mais geral do potencial escalar com simetria esquerda-direita ($\Psi_L \leftrightarrow \Psi_R$, $\Delta_R \leftrightarrow \Delta_L$, $\Phi \leftrightarrow \Phi^\dagger$) que contém todas as possíveis combinações invariantes de Lorentz e de gauge é [57–59]:

$$\begin{aligned}
V = & -\mu_1^2[\text{Tr}(\Phi^\dagger\Phi)] - \mu_2^2[\text{Tr}(\tilde{\Phi}\Phi^\dagger) + \text{Tr}(\tilde{\Phi}^\dagger\Phi)] - \mu_3^2[\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L^\dagger) + \text{Tr}(\Delta_R\Delta_R^\dagger)] \\
& + \lambda_1\{[\text{Tr}(\Phi\Phi^\dagger)]^2\} + \lambda_2\{[\text{Tr}(\tilde{\Phi}\Phi^\dagger)]^2 + [\text{Tr}(\tilde{\Phi}^\dagger\Phi)]^2\} + \lambda_3[\text{Tr}(\tilde{\Phi}\Phi^\dagger)\text{Tr}(\tilde{\Phi}^\dagger\Phi)] \\
& + \lambda_4\{\text{Tr}(\Phi\Phi^\dagger)[\text{Tr}(\tilde{\Phi}\Phi^\dagger) + \text{Tr}(\tilde{\Phi}^\dagger\Phi)]\} + \rho_1\{[\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L^\dagger)]^2 + [\text{Tr}(\Delta_R\Delta_R^\dagger)]^2\} \\
& + \rho_2[\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L)\text{Tr}(\Delta_L^\dagger\Delta_L^\dagger) + \text{Tr}(\Delta_R\Delta_R)\text{Tr}(\Delta_R^\dagger\Delta_R^\dagger)] + \rho_3[\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L^\dagger)\text{Tr}(\Delta_R\Delta_R^\dagger)] \\
& + \rho_4[\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L)\text{Tr}(\Delta_R^\dagger\Delta_R^\dagger) + \text{Tr}(\Delta_L^\dagger\Delta_L^\dagger)\text{Tr}(\Delta_R\Delta_R)] \\
& + \alpha_1\{\text{Tr}(\Phi\Phi^\dagger)[\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L^\dagger) + \text{Tr}(\Delta_R\Delta_R^\dagger)]\} \\
& + \alpha_2[\text{Tr}(\Phi\tilde{\Phi}^\dagger)\text{Tr}(\Delta_R\Delta_R^\dagger) + \text{Tr}(\Phi^\dagger\tilde{\Phi})\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L^\dagger)] \\
& + \alpha_2^*[\text{Tr}(\Phi^\dagger\tilde{\Phi})\text{Tr}(\Delta_R\Delta_R^\dagger) + \text{Tr}(\tilde{\Phi}^\dagger\Phi)\text{Tr}(\Delta_L\Delta_L^\dagger)] \\
& + \alpha_3[\text{Tr}(\Phi\Phi^\dagger\Delta_L\Delta_L^\dagger) + \text{Tr}(\Phi^\dagger\Phi\Delta_R\Delta_R^\dagger)] \\
& + \beta_1[\text{Tr}(\Phi\Delta_R\Phi^\dagger\Delta_L) + \text{Tr}(\Phi^\dagger\Delta_L\Phi\Delta_R^\dagger)] \\
& + \beta_2[\text{Tr}(\tilde{\Phi}\Delta_R\tilde{\Phi}^\dagger\Delta_L^\dagger) + \text{Tr}(\tilde{\Phi}^\dagger\Delta_L\tilde{\Phi}\Delta_R^\dagger)] \\
& + \beta_3[\text{Tr}(\Phi\Delta_R\tilde{\Phi}^\dagger\Delta_L^\dagger) + \text{Tr}(\Phi^\dagger\Delta_L\tilde{\Phi}\Delta_R^\dagger)]
\end{aligned} \tag{3.24}$$

onde $\tilde{\Phi} = \sigma_2\Phi^*\sigma_2$ é o bidoubleto conjugado. Todos os coeficientes são reais, a exceção de α_2 , o qual pode ser complexo. O mínimo deste potencial ao avaliar as componentes neutras dos campos escalares nos seus respectivos vev é atingido quando

$$\left(\frac{\partial V}{\partial\phi_1^{0r}}\right)_x = \left(\frac{\partial V}{\partial\phi_2^{0r}}\right)_x = \left(\frac{\partial V}{\partial\delta_R^{0r}}\right)_x = \left(\frac{\partial V}{\partial\delta_L^{0r}}\right)_x = 0 \tag{3.25}$$

onde x representa $\Delta_{L,R} = \langle\Delta_{L,R}\rangle$ e $\Phi = \langle\Phi\rangle$. Com as duas primeiras condições de mínimo podemos resolver para os parâmetros do potencial μ_1^2 e μ_2^2 :

$$\begin{aligned}
\mu_1^2 = & [2v_Lv_R(\beta_2k^2 - \beta_3k_2^2) + (v_L^2 + v_R^2)(\alpha_1k_-^2 - \alpha_3k_2^2)]/(k_-^2) + (k_+^2\lambda_1 + 2kk'\lambda_4), \\
\mu_2^2 = & \{v_Lv_R[\beta_1k_-^2 - 2kk'(\beta_2\beta_3)] + (v_L^2 + v_R^2)(2\alpha_2k_-^2 + \alpha_3kk')\}/(4k_-^2) \\
& + kk'(2\lambda_2 + \lambda_3) + (\lambda_4k_+^2)/2.
\end{aligned} \tag{3.26}$$

sendo $k_\pm^2 = k^2 \pm k'^2$. Podemos usar as outras duas condições da Eq. (3.25) e resolver para μ_3^2 e outro parâmetro arbitrário que pode ser β_2 :

$$\begin{aligned}
\mu_3^2 = & [\alpha_1k_+^2 + 4\alpha_2kk' + \alpha_3k_2^2 + 2\rho_1(v_L^2 + v_R^2)]/2, \\
\beta_2 = & [-\beta_1kk' - \beta_3k_2^2 + (2\rho_1 - \rho_3)v_Lv_R]/k^2.
\end{aligned} \tag{3.27}$$

A última expressão resulta na relação $v_L v_R (\rho_3 - 2\rho_1) = 0$ para $\beta_{1,2,3} = 0$. Para quebrar a simetria $SU(2)_R$ e dar massa para os bósons W_R e Z_R é necessário que $v_R \neq 0$. Também precisamos que $\rho_3 - 2\rho_1 \neq 0$ já que as massas de quatro bósons escalares dependem desse fator (vide a Tabela 3.2), permitindo assim contribuições adicionais para processos associados com esses bósons. Desse modo, uma opção viável para $\beta_{1,2,3} = 0$ corresponde ao caso em que $v_L = 0$. Na abordagem das massas dos campos escalares levaremos isso em consideração.

O termo de massa para a mistura entre as componentes reais dos escalares neutros é da seguinte forma,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{0r} = \begin{pmatrix} \phi_1^{0r} & \phi_2^{0r} & \delta_R^{0r} & \delta_L^{0r} \end{pmatrix} M_{0r}^2 \begin{pmatrix} \phi_1^{0r} \\ \phi_2^{0r} \\ \delta_R^{0r} \\ \delta_L^{0r} \end{pmatrix}, \quad (3.28)$$

sendo a matriz de massa M_{0r}^2 simétrica dada por

$$M_{0r}^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^{0r} & M_{12}^{0r} & M_{13}^{0r} & M_{14}^{0r} \\ M_{21}^{0r} & M_{22}^{0r} & M_{23}^{0r} & M_{24}^{0r} \\ M_{31}^{0r} & M_{32}^{0r} & M_{33}^{0r} & M_{34}^{0r} \\ M_{41}^{0r} & M_{42}^{0r} & M_{43}^{0r} & M_{44}^{0r} \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

Em geral, podemos encontrar os elementos da matriz de massa através das segundas derivadas dos campos,

$$M_{ij} = \frac{\partial^2 V}{\partial h_i \partial h_j},$$

sendo h_i as componentes dos campos escalares. Por exemplo, para o caso da matriz na Eq. (3.29) temos que $h_i = \phi_1^{0r}, \phi_2^{0r}, \delta_R^{0r}, \delta_L^{0r}$, permitindo definir alguns elementos na matriz da forma $M_{23}^{0r} = M_{32}^{0r} = \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_2^{0r} \partial \delta_R^{0r}}$. Vale lembrar que essas derivadas devem ser avaliadas nos respectivos vev dos campos, tal como foi feito para as condições de mínimo. Os resultados para os elementos de matriz de M_{0r}^2 são mostrados na Eq. (B.1), bem como os elementos das matrizes de massa dos outros campos escalares estarão no Apêndice B.

A matriz M_{0r}^2 é diagonalizada por meio de uma rotação do tipo $\widehat{M}_{0r}^2 = R M_{0r}^2 R^T$. Desse modo, os escalares físicos serão dados pela seguinte transformação de base

$$\begin{pmatrix} \phi_-^{0r} \\ \phi_+^{0r} \\ \delta_R^{0r} \\ \delta_L^{0r} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{R^T} \begin{pmatrix} \phi_1^{0r} \\ \phi_2^{0r} \\ \delta_R^{0r} \\ \delta_L^{0r} \end{pmatrix}, \quad (3.30)$$

sendo $\sin \theta = k'/k_+$ e $\cos \theta = k/k_+$. Com a matriz de rotação R e a Eq. (B.1), conseguimos obter a matriz \widehat{M}_{0r}^2 na base física $(\phi_-^{0i}, \phi_+^{0i}, \delta_R^{0r}, \delta_L^{0r})$, cujas componentes estão dadas na

Eq. (B.5). Com base nesse resultado, fazemos $\alpha = \alpha_{1,2,3}$, $\lambda = \lambda_{1,2,3,4}$ e definimos κ como sendo k ou k' de maior ordem. Assim, a matriz fica simplificada na forma

$$\widehat{M}_{0r}^2 \approx \begin{pmatrix} \lambda\kappa^2 & \lambda\kappa^2 & \alpha v_R \kappa & 0 \\ \lambda\kappa^2 & \alpha v_R^2 & \alpha v_R \kappa & 0 \\ \alpha v_R \kappa & \alpha v_R \kappa & 2\rho_1 v_R^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(\rho_3 - 2\rho_1)v_R^2 \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

Seguindo o procedimento anterior, encontramos os autovalores e os autoestados de massa para os outros campos. No caso das componentes imaginárias dos campos neutros o termo de massa fica,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{0i} = \begin{pmatrix} \phi_1^{0i} & \phi_2^{0i} & \delta_R^{0i} & \delta_L^{0i} \end{pmatrix} M_{0i}^2 \begin{pmatrix} \phi_1^{0i} \\ \phi_2^{0i} \\ \delta_R^{0i} \\ \delta_L^{0i} \end{pmatrix}. \quad (3.32)$$

Para os campos carregados temos,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{\pm} = \begin{pmatrix} \phi_1^- & \phi_2^- & \delta_R^- & \delta_L^- \end{pmatrix} M_{\pm}^2 \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_2^+ \\ \delta_R^+ \\ \delta_L^+ \end{pmatrix}, \quad (3.33)$$

e no caso dos campos duplamente carregados,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{\pm\pm} = \begin{pmatrix} \delta_R^{--} & \delta_L^{--} \end{pmatrix} M_{\pm\pm}^2 \begin{pmatrix} \delta_R^{++} \\ \delta_L^{++} \end{pmatrix}. \quad (3.34)$$

onde as matrizes de massa M_{0i}^2 , M_{\pm}^2 e $M_{\pm\pm}^2$ são mostradas nas Eqs. (B.2) a (B.4), respectivamente. Logo, a diagonalização destas matrizes, a exceção da matriz $M_{\pm\pm}^2$ já que está na base diagonal, resulta nas Eqs. (B.6) e (B.7). Estas matrizes são simplificadas sobre as mesmas considerações que foram aplicadas na Eq. (3.31). Portanto, no limite em que $v_R \gg k, k'$ temos

$$\widehat{M}_{0i}^2 \approx \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha v_R^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v_R^2}{2}(\rho_3 - 2\rho_1) \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

e

$$\widehat{M}_{\pm}^2 \approx \begin{pmatrix} \alpha v_R^2 & 0 & \alpha \kappa v_R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha \kappa v_R & 0 & \alpha \kappa^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v_R^2}{2}(\rho_3 - 2\rho_1) \end{pmatrix}. \quad (3.36)$$

Das matrizes nas Eqs. (3.31), (3.35), (3.36) e (B.4) consegue-se os autovalores, ou seja, as massas dos bósons escalares físicos agrupadas na seguinte tabela:

Neutros	Pseudoescalares	Carregados	Duplamente Carregados
$m_{H_0^0}^2 = \frac{k^2}{2} \left(\frac{\alpha^2}{\rho_1} - 2\lambda \right)$	$m_{A_0^0}^2 = 0$	$m_{H_0^\pm}^2 \approx \alpha v_R^2$	$m_{\delta_1^{\pm\pm}}^2 \approx \rho_2 v_R^2$
$m_{H_1^0}^2 \approx \alpha v_R^2$	$m_{A_1^0}^2 \approx \alpha v_R^2$	$m_{H_1^\pm}^2 = 0$	$m_{\delta_2^{\pm\pm}}^2 = \frac{v_R^2}{2} (\rho_3 - 2\rho_1)$
$m_{H_2^0}^2 \approx \rho_1 v_R$	$m_{A_2^0}^2 = 0$	$m_{H_2^\pm}^2 = 0$	
$m_{H_3^0}^2 \approx \frac{v_R^2}{2} (\rho_3 - 2\rho_1)$	$m_{A_3^0}^2 \approx \frac{v_R^2}{2} (\rho_3 - 2\rho_1)$	$m_{H_3^\pm}^2 \approx \frac{v_R^2}{2} (\rho_3 - 2\rho_1)$	

Tabela 3.2 – Espectro de massas dos bósons escalares.

Basicamente existem catorze escalares físicos: quatro escalares neutros $H_{0,1,2,3}^0$, dois pseudoescalares $A_{1,3}^0$ e oito carregados $H_{0,3}^\pm$ e $\delta_{1,2}^{\pm\pm}$. Também existem seis bósons de Goldstone: $H_{1,2}^\pm$ e $A_{0,2}^0$, que vão gerar os seis bósons de gauge massivos $W_{L,R}^\pm$ e $Z_{L,R}$, respectivamente. As massas desses bósons de gauge será discutida na seguinte seção.

3.2.2 Massas dos bósons de gauge

Aqui serão encontradas as misturas e massas dos bósons vetoriais como consequência da QES. Para este fim, analisamos as interações entre os campos escalares e os bósons de gauge determinadas pelo termo cinético da lagrangeana escalar

$$\mathcal{L}_{\text{escalar}}^{\text{cinético}} = \text{Tr} \left[(D_\mu \Delta_R)^\dagger (D^\mu \Delta_R) \right] + \text{Tr} \left[(D_\mu \Delta_L)^\dagger (D^\mu \Delta_L) \right] + \text{Tr} \left[(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) \right], \quad (3.37)$$

onde as derivadas covariantes aplicadas aos tripletos de Higgs são definidas como:

$$D_\mu \Delta_{L(R)} = \partial_\mu \Delta_{L(R)} - i \frac{g}{2} \left[W_{\mu L(R)}^a \tau^a, \Delta_{L(R)} \right] - i g_{B-L} B_\mu \Delta_{L(R)}. \quad (3.38)$$

Lembrando que para o tripleto temos $B - L = 2$. Entretanto, na representação do bidubleto temos $B - L = 0$, portanto a derivada covariante neste caso fica

$$D_\mu \Phi = \partial_\mu \Phi - i \frac{g}{2} \left(W_{\mu L}^a \tau^a \Phi - \Phi W_{\mu R}^a \tau^a \right). \quad (3.39)$$

Após a QES, podemos avaliar as derivadas covariantes definidas nas Eqs. (3.38) e (3.39) nos vev dos campos escalares dados na Eq. (3.22),

$$\begin{aligned} D_\mu \langle \Delta_{L(R)} \rangle &= -i \frac{v_{L(R)}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{g}{\sqrt{2}} W_{\mu L(R)}^+ & 0 \\ -g W_{\mu L}^3 + g' B_\mu & -\frac{g}{\sqrt{2}} W_{\mu L(R)}^+ \end{pmatrix}, \\ D_\mu \langle \Phi \rangle &= -i \frac{g}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} k(W_{\mu L}^3 - W_{\mu R}^3) & (k' W_{\mu L}^+ - k W_{\mu R}^+) \\ \sqrt{2} (k W_{\mu L}^- - k' W_{\mu R}^-) & k' (W_{\mu R}^3 - W_{\mu L}^3) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.40)$$

onde $W_{\mu L(R)}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu L(R)}^1 \mp iW_{\mu L(R)}^2)$. Com este resultado podemos agrupar os termos de massa para os bósons carregados $W_{\mu L(R)}^\pm$ e para os bósons neutros $W_{\mu L(R)}^3$ e B_μ ,

$$\mathcal{L}_{\text{escalar}}^{\text{cinético}}(\langle\Delta_{L(R)}\rangle, \langle\Phi\rangle) \equiv \mathcal{L}_{\text{massa}}^{W^\pm} + \mathcal{L}_{\text{massa}}^{W^3, B}.$$

Cada termo na expressão anterior vai ser analisado separadamente. No caso dos *bósons carregados*, o termo de massa na forma matricial fica:

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{W^\pm} = \frac{1}{2}(W_{\mu L}^- \quad W_{\mu R}^-)M_{W^\pm}^2 \begin{pmatrix} W_L^{+\mu} \\ W_R^{+\mu} \end{pmatrix}, \quad (3.41)$$

sendo a matriz de massa dada por

$$M_{W^\pm}^2 = \frac{g^2}{2} \begin{pmatrix} k_+^2 + 2v_L^2 & -2kk' \\ -2kk' & k_2^2 + 2v_R^2 \end{pmatrix}. \quad (3.42)$$

Os campos $W_{L(R)}^\pm$ estão misturados dado que a matriz de massa $M_{W^\pm}^2$ não é diagonal, razão pela qual não são campos físicos. A mistura é dada por meio da rotação

$$\begin{pmatrix} W_L^\pm \\ W_R^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \zeta & -\sin \zeta \\ \sin \zeta & \cos \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_1^\pm \\ W_2^\pm \end{pmatrix}, \quad (3.43)$$

onde o ângulo de mistura é definido como

$$\tan 2\zeta = \frac{2kk'}{v_R^2 - v_L^2}. \quad (3.44)$$

Lembrando a hierarquia entre os vev, consegue-se ver que o ângulo de mistura ζ é muito pequeno, tornando assim desprezível a mistura entre os bósons físicos e os bósons de gauge, ou seja, $W_{1,2}^\pm \simeq W_{L,R}^\pm$. O processo de diagonalização na Eq. (3.42) fornece os autovalores que correspondem às massas desses bósons físicos,

$$M_{W_{1,2}}^2 = \frac{g^2}{4} \left[k_+^2 + v_L^2 + v_R^2 \pm \sqrt{(v_L^2 - v_R^2)^2 + 4k^2k'^2} \right]. \quad (3.45)$$

Para simplificar a expressão anterior, aplicamos as considerações já mencionadas sobre a expansão binomial na raiz quadrada

$$\begin{aligned} M_{W_1}^2 &\approx \frac{g^2}{4} k_+^2 \left(1 - \frac{2k^2k'^2}{k_+^2 v_R^2} \right) \approx \frac{g^2}{4} k_+^2, \\ M_{W_2}^2 &\approx \frac{g^2}{2} v_R^2. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Por outro lado, também agrupamos os *bósons neutros* no seguinte termo de massa:

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{W^3, B} = \frac{1}{2}(W_{\mu L}^3 \quad W_{\mu R}^3 \quad B_\mu)M_{W^0}^2 \begin{pmatrix} W_L^{3\mu} \\ W_R^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}, \quad (3.47)$$

onde

$$M_{W^0}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}g^2(k_+^2 + 4v_L^2) & -\frac{1}{2}g^2k_+^2 & -2gg'v_L^2 \\ -\frac{1}{2}g^2k_+^2 & \frac{1}{2}g^2(k_+^2 + 4v_R^2) & -2gg'v_R^2 \\ -2gg'v_L^2 & -2gg'v_R^2 & 2g'^2(v_R^2 + v_L^2) \end{pmatrix}. \quad (3.48)$$

Evidentemente há mistura entre os campos $W_{\mu L,R}^3$ e B_μ . Considerando $v_L = 0$ e $v_R \gg k_+$, pode-se diagonalizar a matriz de massa com a seguinte transformação

$$\begin{pmatrix} A \\ Z \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_W & s_W & \sqrt{c_{2W}} \\ c_W & -s_W t_W & -t_W \sqrt{c_{2W}} \\ 0 & \sqrt{c_{2W}}/c_W & -t_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_L^3 \\ W_R^3 \\ B \end{pmatrix}, \quad (3.49)$$

onde os ângulos de mistura são definidos via

$$\begin{aligned} s_W &\equiv \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + 2g'^2}}, \\ c_W &\equiv \cos \theta_W = \sqrt{\frac{g^2 + g'^2}{g^2 + 2g'^2}}, \\ c_{2W} &\equiv \cos 2\theta_W = \frac{g^2}{g^2 + 2g'^2}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Esta diagonalização desacopla o fóton A e deixa mistura entre Z e Z' . Assim, esta mistura produz os bósons de gauge físicos $Z_{1,2}$:

$$\begin{pmatrix} Z \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{pmatrix}, \quad (3.51)$$

sendo o ângulo de mistura ξ dado por

$$\tan 2\xi \simeq \frac{(\cos 2\theta_W)^{3/2} k_+^2}{2 \cos^4 \theta_W v_R^2}. \quad (3.52)$$

Devido a escala de v_R , o ângulo de mistura ξ também resulta muito pequeno e, portanto, $M_{Z_1}^2 \simeq M_Z^2$. Diagonalizando a matriz da Eq. (3.48) consegue-se obter as massas para os bósons neutros

$$\begin{aligned} M_A &= 0, \\ M_{Z_{1,2}}^2 &= \frac{1}{4} \left[g^2(k_+^2 + 2v_R^2) + 2g'^2v_R^2 \mp \sqrt{g^4k_+^4 + 4v_R^4(g^2 + g'^2)^2 - 4g^2g'^2v_R^2k_+^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.53)$$

O fóton claramente fica sem massa após a QES. Aproximando estas expressões, podemos reescrever como

$$\begin{aligned} M_{Z_1}^2 &\approx \frac{g^2}{4} \left(\frac{g^2 + 2g'^2}{g^2 + g'^2} \right) k_+^2 = \frac{M_{W_1}^2}{\cos^2 \theta_W}, \\ M_{Z_2}^2 &\approx (g^2 + g'^2)v_R^2 = \frac{2 \cos^2 \theta_W}{\cos 2\theta_W} M_{W_2}^2. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Como consequência, as massas dos bósons W_1 e Z_1 satisfazem a relação do MP $M_{W_1} = M_{Z_1} \cos \theta_W$.

3.3 Setor de Yukawa

Como já tinha sido mencionado, estamos mais interessados por termos de massa de Majorana para os neutrinos com o intuito de estudar o decaimento $0\nu\beta\beta$. O lagrangeano mais geral que acopla campos escalares com os léptons, deixando por sua vez termos de massa tanto de Dirac quanto de Majorana para estas partículas, é dado por

$$-\mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^{l,\nu} = \overline{L'_{iL}} \left(f_{ij}\Phi + \tilde{f}_{ij}\tilde{\Phi} \right) L'_{jR} + \overline{L'^C_{iL}} \Sigma_L (h_L)_{ij} L'_{jL} + \overline{L'^C_{iR}} \Sigma_R (h_R)_{ij} L'_{jR} + \text{h.c.}, \quad (3.55)$$

onde i, j são índices de geração, $\tilde{\Phi} \equiv \sigma_2 \Phi^* \sigma_2$, $\Sigma_{L,R} = i\sigma_2 \Delta_{L,R}$. As matrizes que contêm as constantes de acoplamento de Yukawa são f, \tilde{f}, h_L e h_R . O lagrangeano fica invariante por transformações de simetria discreta de paridade: $L_L \leftrightarrow L_R$, $\Phi \leftrightarrow \Phi^\dagger$ e $\Delta_L \leftrightarrow \Delta_R$, sempre que as matrizes de Yukawa sejam hermitianas. Também convém definir a conjugação de carga dos campos

$$(\psi_{L(R)})^C \equiv \mathcal{C}(\overline{\psi_{L(R)}})^T = \mathcal{C}\gamma_0\psi_{L(R)}^* = (\psi_C)_{R(L)}, \quad \mathcal{C} \equiv i\gamma_2\gamma_0. \quad (3.56)$$

Após a QES, pode-se escrever em forma matricial o lagrangeano

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{Yukawa}}^L = & -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[\overline{l'_L} (kf + k'\tilde{f}) l'_R \right. \\ & \left. + \overline{\nu'_L} (kf + k'\tilde{f}) \nu'_R + \overline{\nu'^C_L} \nu_L h_L \nu'_L + \overline{\nu'^C_R} \nu_R h_R \nu'_R \right]. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Lembrando os vev definidos na Eq. (3.22) e tendo em conta que podemos agrupar os léptons em vetores do tipo $l'_{L,R} = (e', \mu', \tau')_{L,R}$ e $\nu'_{L,R} = (\nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau)_{L,R}$. Assim, o termo de massa para os léptons carregados fica

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^l = -\overline{l'_L} M_l l'_R + \text{h.c.}, \quad (3.58)$$

sendo definida a matriz massa como

$$M_l = \frac{1}{\sqrt{2}} (k\tilde{f} + k'f). \quad (3.59)$$

Para diagonalizar a matriz de massa M_l , definimos os autoestados de massa $l_{L,R}$ a partir da seguinte transformação

$$l'_{L(R)} = V_{L(R)}^l l_{L(R)}, \quad V_{L(R)}^{l\dagger} M_l V_{L(R)}^l = \widehat{M}_l, \quad (3.60)$$

sendo $\widehat{M}_l = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$. Portanto,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^l = -\overline{l'_L} \widehat{M}_l l'_R + \text{h.c.} \quad (3.61)$$

Com a simetria de paridade discreta temos que a matriz M_l é hermitiana, para isso deve-se cumprir a condição $V_L^l = V_R^l$. No caso do setor dos neutrinos, podemos definir

um termo geral de massa Dirac-Majorana a partir da segunda linha da Eq. (3.57), tal que

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{D+M} \equiv \mathcal{L}_{\text{massa}}^\nu = \mathcal{L}_{\text{massa}}^D + \mathcal{L}_{\text{massa}}^L + \mathcal{L}_{\text{massa}}^R, \quad (3.62)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{massa}}^D &= -\overline{\nu}'_L M_D \nu'_R + \text{h.c.}, \\ \mathcal{L}_{\text{massa}}^L &= -\frac{1}{2} \overline{\nu}'_L{}^C M_L \nu'_L + \text{h.c.}, \\ \mathcal{L}_{\text{massa}}^R &= -\frac{1}{2} \overline{\nu}'_R{}^C M_R \nu'_R + \text{h.c.}, \end{aligned} \quad (3.63)$$

sendo definidas as matrizes de massa de Dirac M_D e as duas massas de Majorana M_L e M_R como

$$\begin{aligned} M_D &= \frac{1}{\sqrt{2}}(kf + k'\tilde{f}), \\ M_L &= \sqrt{2}v_L h_L, \\ M_R &= \sqrt{2}v_R h_R. \end{aligned} \quad (3.64)$$

3.3.1 Mecanismo seesaw e massas dos neutrinos

Para entender as consequências do termo de massa Dirac-Majorana, convém reescrever a Eq. (3.62) considerando os termos implícitos do hermítico conjugado, de forma que

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{D+M} = -\frac{1}{2} \left[\overline{\nu}'_L M_L \nu'^C_L + \overline{\nu}'_L M_D \nu'_R + \overline{\nu}'_R{}^C M_D^T \nu'^C_L + \overline{\nu}'_R{}^C M_R \nu'_R \right] + \text{h.c.}, \quad (3.65)$$

e na forma matricial fica,

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{D+M} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\nu}'_L & \overline{\nu}'_R{}^C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu'^C_L \\ \nu'_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} = -\frac{1}{2} \overline{n}'_L M_\nu n'^C_L + \text{h.c.} \quad (3.66)$$

com

$$n'_L = \begin{pmatrix} \nu'_L \\ \nu'^C_R \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad M_\nu = \begin{pmatrix} M_L & M_D \\ M_D^T & M_R \end{pmatrix}. \quad (3.67)$$

O cenário descrito pela Eq. (3.66) onde os elementos da matriz de massa de Majorana direita M_R são muito maiores que os elementos da matriz de massa de Dirac M_D é comumente conhecido como mecanismo seesaw tipo I+II. Nesse contexto, podemos conhecer quais serão as massas dos neutrinos ao diagonalizar a matriz M_ν , bem como será descrito em breve. Para esse propósito, precisamos definir os campos em termos dos autoestados de massa

$$n'_L = W n_L = \begin{pmatrix} V_L^\nu \\ V_R^\nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_R^C \end{pmatrix}. \quad (3.68)$$

sendo $V_L^\nu = (U \ S)$ e $V_R^\nu = (T \ V)$. Usando a Eq. (3.56), pode-se demonstrar que $n_L^C = W^* n_L^C$. Dadas as considerações para o seesaw tipo I+II, podemos diagonalizar por blocos a matriz M_ν de dimensão 6×6 através da matriz W

$$W^\dagger M_\nu W^* = \widehat{M}_\nu = \begin{pmatrix} M_{\nu_L} & 0 \\ 0 & M_{N_R} \end{pmatrix}, \quad (3.69)$$

com

$$W = \begin{pmatrix} U & S \\ T & V \end{pmatrix} \simeq \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\theta\theta^\dagger & \theta \\ -\theta^\dagger & 1 - \frac{1}{2}\theta^\dagger\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_\nu & 0 \\ 0 & V_N \end{pmatrix} \quad (3.70)$$

onde as matrizes V_ν e V_N são unitárias, as quais diagonalizarão as matrizes de massa dos neutrinos leves M_{ν_L} e pesados M_{N_R} . A unitariedade da matriz de mistura dos neutrinos leves U é perdida por conta de $\theta\theta^\dagger$. Para determinar o desvio da unitariedade e as massas dos neutrinos, podemos resolver as equações que surgem na diagonalização da Eq. (3.69), considerando a Eq. (3.70) e assumindo $M_L \ll M_D \ll M_R$. Deste modo, conseguimos os seguintes resultados:

$$\theta = M_D M_R^{-1}, \quad (3.71)$$

$$M_L - M_D M_R^{-1} M_D^T = V_\nu \text{diag}(m_1, m_2, m_3) V_\nu^T, \quad (3.72)$$

$$M_R = V_N \text{diag}(M_1, M_2, M_3) V_N^T. \quad (3.73)$$

Usando as Eqs. (3.64) e (3.72) obtem-se a matriz de massa dos neutrinos leves M_{ν_L} em termos dos parâmetros do modelo,

$$M_{\nu_L} \simeq M_L - M_D M_R^{-1} M_D^T = \sqrt{2} v_L h_L - \frac{k_+^2}{\sqrt{2} v_R} h_D h_R^{-1} h_D^T, \quad (3.74)$$

onde

$$h_D = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{k f + k' \tilde{f}}{k_+}.$$

A diagonalização das massas leves M_{ν_L} e pesadas M_{N_R} são dadas pelas Eqs. (3.72) e (3.73). Também podemos reescrever as componentes da matriz W usando a Eq. (3.71), tal que

$$\begin{aligned} U &\equiv \left(1 - \frac{1}{2}\theta\theta^\dagger\right) V_\nu \equiv \left[1 - \frac{1}{2}M_D M_R^{-1} (M_D M_R^{-1})^\dagger\right] V_\nu, \\ S &\equiv \theta V_N \equiv M_D M_R^{-1} V_N, \\ T &\equiv -\theta^\dagger V_\nu \equiv -(M_D M_R^{-1})^\dagger V_\nu, \\ V &\equiv \left(1 - \frac{1}{2}\theta^\dagger\theta\right) V_N \equiv \left[1 - \frac{1}{2}(M_D M_R^{-1})^\dagger M_D M_R^{-1}\right] V_N \end{aligned}$$

3.4 Correntes eletrofracas

Para entender como interagem as partículas físicas uma vez que adquiriram massa após a QES, discutiremos as correntes de interação do MSLR nesta última seção. Da

mesma forma em que foram separados os termos de massa dos bósons de gauge na Seção 3.2.2, aqui faremos a distinção entre as correntes carregadas e neutras (também inclui a corrente eletromagnética), vindas da interação entre os léptons com os bósons de gauge físicos tanto carregados quanto neutros. Cabe mencionar que neste caso omitiremos os campos associados aos quarks e nossa atenção será focada apenas nas correntes eletrofracas do setor leptônico. Em particular, as correntes carregadas (CC) que são as de especial interesse para estudar as amplitudes no decaimento $0\nu\beta\beta$, bem como veremos no capítulo que segue.

3.4.1 Corrente carregada

A interação entre os bósons carregados $W_{\mu L(R)}^\pm$ e os léptons é introduzida via o lagrangeano de férmions da Eq. (3.10), motivo pelo qual é necessário redefinir a derivada covariante afim de incluir só os bósons carregados. Desse modo, podemos reescrever a Eq. (3.8) da seguinte maneira

$$D_{\mu L(R)} = -ig \left(T_{L(R)}^1 W_{\mu L(R)}^1 + T_{L(R)}^2 W_{\mu L(R)}^2 \right), \quad (3.75)$$

Podemos escrever $W_{\mu L(R)}^{1,2}$ em termos de $W_{\mu L(R)}^\pm$ de forma que a derivada covariante fique

$$D_{\mu L(R)} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\left(iT_{L(R)}^1 - T_{L(R)}^2 \right) W_{\mu L(R)}^+ + \left(T_{L(R)}^2 + iT_{L(R)}^1 \right) W_{\mu L(R)}^- \right]. \quad (3.76)$$

Substituindo a redefinição anterior na Eq. (3.10), temos o lagrangeano da corrente carregada para léptons

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cc}^{l,\nu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_i & \left[\overline{L}'_{iL} \gamma^\mu \left(T_L^1 + iT_L^2 \right) L'_{iL} W_{\mu L}^+ \right. \\ & \left. + \overline{L}'_{iL} \gamma^\mu \left(T_L^1 - iT_L^2 \right) L'_{iL} W_{\mu L}^- \right] + (L \leftrightarrow R). \end{aligned} \quad (3.77)$$

Tendo em conta as Eqs. (3.5) e (3.6) e as matrizes de Pauli nos geradores $T_L^{1,2}$, consegue-se chegar no resultado

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cc}^{l,\nu} &= \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\overline{\nu}'_{iL} \gamma^\mu l'_{iL} W_{\mu L}^+ + \overline{l}'_{iL} \gamma^\mu \nu'_{iL} W_{\mu L}^- \right] + (L \leftrightarrow R). \\ &= \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\overline{\nu}'_L \gamma^\mu l'_L W_{\mu L}^+ + \overline{l}'_L \gamma^\mu \nu'_L W_{\mu L}^- \right] + (L \leftrightarrow R). \end{aligned} \quad (3.78)$$

A segunda linha da expressão anterior mostra os léptons na forma vetorial, $\nu'_L = (\nu'_{eL}, \nu'_{\mu L}, \nu'_{\tau L})$, lembrando que na Eq. (3.77) tem um somatório sobre o índice de família. Deixando em evidencia a corrente carregada esquerda e direita, temos

$$\mathcal{L}_{cc}^{l,\nu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\overline{l}'_L \gamma^\mu \nu'_L W_{\mu L}^- + \overline{\nu}'_R \gamma^\mu \nu'_R W_{\mu R}^- \right] + \text{h.c.} \quad (3.79)$$

A corrente carregada na base física transforma-se usando as Eqs. (3.60) e (3.68),

$$\mathcal{L}_{cc}^{l,\nu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{l}_L \gamma^\mu K_L n_L W_{\mu L}^- + \bar{l}_R \gamma^\mu K_R n_L^C W_{\mu R}^- \right] + \text{h.c.} \quad (3.80)$$

onde $K_L \equiv V_L^{l\dagger} V_L^\nu$ e $K_R \equiv V_R^{l\dagger} V_L^{\nu*}$ são matrizes de mistura 3×6 que conectam os três autoestados de massa dos léptons carregados l aos autoestados de massa dos seis neutrinos $(\nu_i, N_i)^T$ para $(i = 1, 2, 3)$. Se considerarmos uma transformação assumindo uma base onde os léptons carregados são diagonais³:

$$\mathcal{L}_{cc}^{l,\nu} = \frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{l}_L \gamma^\mu V_L^\nu n_L W_{\mu L}^- + \bar{l}_L \gamma^\mu V_R^{\nu*} n_L^C W_{\mu R}^- \right] + \text{h.c.} \quad (3.81)$$

Também podemos deixar em evidencia a quiralidade dos léptons carregados e reescrever em termos das correntes:

$$\mathcal{L}_{cc}^{l,\nu} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \left[j_L^\mu W_{\mu L}^- + j_R^\mu W_{\mu R}^- \right] + \text{h.c.}, \quad (3.82)$$

onde as correntes leptônicas esquerda e direita são dadas por

$$j_L^\mu = \bar{l} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu'_L \quad \text{e} \quad j_R^\mu = \bar{l} \gamma^\mu (1 + \gamma_5) \nu'_R. \quad (3.83)$$

Aqui foram redefinidos os autoestados de sabor dos neutrinos $\nu'_{L,R}$ como uma combinação dos autoestados de massa dos neutrinos leves ν_L e os neutrinos pesados N_R :

$$\begin{aligned} \nu'_L &= V_L^\nu n_L = U \nu_L + S N_R^C, \\ \nu'_R &= V_R^{\nu*} n_L^C = T^* \nu_L^C + V^* N_R. \end{aligned} \quad (3.84)$$

3.4.2 Corrente neutra

No caso dos léptons temos $B-L = -1$. Portanto, a derivada covariante envolvendo só os bósons neutros $W_{\mu L(R)}^3$ e B_μ

$$D_{\mu L(R)} = -i \left(g_{L(R)} T_{L(R)}^3 W_{\mu L(R)}^3 - \frac{g'}{2} B_\mu \right). \quad (3.85)$$

Na forma matricial fica

$$D_{\mu L(R)} = -\frac{i}{2} \begin{pmatrix} g W_{\mu L(R)}^3 - g' B_\mu & 0 \\ 0 & -g W_{\mu L(R)}^3 - g' B_\mu \end{pmatrix} \quad (3.86)$$

Substituindo na Eq. (3.10) obtemos

$$\mathcal{L}_{cn}^{l,\nu} = \frac{1}{2} \left[\bar{\nu}'_{iL} \gamma^\mu (g W_{\mu L}^3 - g' B_\mu) \nu'_{iL} - \bar{\nu}'_{iL} \gamma^\mu (g W_{\mu L}^3 + g' B_\mu) \nu'_{iL} \right] + (L \leftrightarrow R). \quad (3.87)$$

³ Supondo que a matriz $V_{L(R)}^l$ é a identidade. Assim, as matrizes de mistura para os neutrinos ficam $K_L = V_L^\nu = (U \ S)$ e $K_R = V_R^{\nu*} = (T^* \ V^*)$.

Lembrando a transformação na Eq. (3.51), podemos escrever em termos dos campos físicos como

$$\begin{aligned} W_{\mu L(R)}^3 &= s_W A_\mu + c_W Z_{1\mu}, \\ B_\mu &= \sqrt{c_{2W}} A_\mu - t_W \sqrt{c_{2W}} Z_{1\mu} - t_W Z_{2\mu}. \end{aligned} \quad (3.88)$$

Dessa maneira, consegue-se demonstrar que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{cn}^{l,\nu} &= \frac{1}{2} \overline{\nu'_{iL}} \gamma^\mu [(g' t_W \sqrt{c_{2W}} + g c_W) Z_{1\mu} + g' t_W Z_{2\mu}] \nu'_{iL} \\ &\quad + \frac{1}{2} \overline{l'_{iL}} \gamma^\mu [2e A_\mu + (g c_W - g' t_W \sqrt{c_{2W}}) Z_{1\mu} - g' t_W Z_{2\mu}] l'_{iL} + (L \leftrightarrow R). \end{aligned} \quad (3.89)$$

Este resultado mostra que os neutrinos $\nu_{L(R)}$ não interagem com o fóton A_μ , tal como acontece naturalmente.

4 Meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$

No decorrer deste capítulo será apresentada uma análise da meia-vida do decaimento $0\nu\beta\beta$, através das contribuições vindas do MSLR e suas implicações na massa efetiva $\langle m_{\beta\beta} \rangle$, considerando ademais os limites dos experimentos para os núcleos ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe . Essa análise começará com uma dedução teórica do cálculo do tempo de meia-vida da contribuição principal para o processo, a qual provem do mecanismo estândar. O formalismo teórico da meia-vida também permite a construção do elemento de matriz $S_{fi} \equiv \langle f|S|i \rangle$, o qual proporciona a probabilidade de transição de um estado inicial $|i \rangle$ para um estado final $|f \rangle$, facilitando assim a descrição das amplitudes dos diferentes diagramas de Feynman associados às contribuições principais dadas pelas CC do MSLR. A interpretação dessas amplitudes nos levará a uma breve explicação do tempo de meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$ no modelo estudado nesta dissertação. Posteriormente serão expostos os diversos cenários impostos pelos experimentos ao redor do mundo que estão atualmente na procura desse processo e os experimentos que ainda estão sendo planejados. Finalmente, mostraremos as restrições para a massa efetiva e os parâmetros deduzidos das contribuições do MSLR no espaço de parâmetros, fazendo uma análise final desses resultados.

4.1 Meia-vida para o mecanismo estândar

Como foi mencionado na Seção 2.3.2, a contribuição do mecanismo estândar vem só das CC leptônicas de mão esquerda nos chamados vértices $V - A$. Nesta seção será discutida a base teórica por trás da Eq. (2.47) que descreve a meia-vida deste mecanismo, sendo necessário primeiro conhecer a taxa de decaimento $d\Gamma^{0\nu}$ [21, 22]. O cálculo dela é possível através da construção de S_{fi} e já que o decaimento $0\nu\beta\beta$ é um processo de segunda ordem da teoria de perturbação, então o elemento de matriz fica

$$S_{fi}^{(2)} \equiv \langle f|S^{(2)}|i \rangle = \frac{(-i)^2}{2!} \int d^4x_1 d^4x_2 \langle f| T\{\mathcal{H}_I(x_1)\mathcal{H}_I(x_2)\}|i \rangle, \quad (4.1)$$

sendo T o produto ordenado no tempo e \mathcal{H}_I é o hamiltoniano efetivo da interação fraca definido como:

$$\mathcal{H}_I(x) = \frac{G_\beta}{\sqrt{2}} [j_{\mu L}^\dagger(x)J_L^\mu(x) + \text{h.c.}], \quad (4.2)$$

onde $G_\beta = G_F \cos\theta_C$, θ_C é o ângulo de Cabbibo, J_L^μ é a CC hadrônica e $j_{\mu L}$ é a CC leptônica. Lembrando a CC leptônica de mão esquerda dada pela Eq. (3.83) no capítulo anterior, podemos reescrever a corrente em termos dos neutrinos leves¹ e dos elétrons que

¹ Aqui foram omitidos os "ν" nos autoestados de sabor dos neutrinos.

são os diretamente envolvidos no processo:

$$j_{\mu L}^\dagger = 2 \sum_{i=1}^3 \bar{e} \gamma_\mu P_L U_{ei} \nu_{iL}. \quad (4.3)$$

Os campos dos neutrinos massivos $\nu_i(x)$ no decaimento $0\nu\beta\beta$ cumprem a condição de Majorana

$$\nu_i(x) = \nu_i^C(x) = C \bar{\nu}_i^T(x). \quad (4.4)$$

Sabendo que os neutrinos são virtuais no processo, então a contração fermiônica gera o propagador do neutrino $\langle 0|T\{\nu_{iL}(x_1)\nu_{iL}^T(x_2)\}|0\rangle$. Desse modo, o elemento de matriz pode ser rescrito como

$$S_{fi}^{(2)} = 4 \frac{(-i)^2}{2!} \left(\frac{G_\beta}{\sqrt{2}} \right)^2 \int d^4x_1 d^4x_2 \langle f | \sum_{i=1}^3 \bar{e}(x_1) \gamma_\mu P_L U_{ei}^2 \langle 0|T\{\nu_{iL}(x_1)\nu_{iL}^T(x_2)\}|0\rangle \\ \times P_L^T \gamma_\lambda^T \bar{e}^T(x_2) T\{J_L^\mu(x_1)J_L^\lambda(x_2)\} |i\rangle. \quad (4.5)$$

Também podemos definir os estados finais e iniciais conforme o processo descrito pela Eq. (2.46), os quais são caracterizados por:

$$|i\rangle = |\Psi_i\rangle \quad \text{e} \quad |f\rangle = |\Psi_f\rangle |e_1\rangle |e_2\rangle, \quad (4.6)$$

onde $|\Psi_i\rangle$ é o estado inicial do núcleo (A, Z) e $|\Psi_f\rangle$ é o estado final do núcleo $(A, Z + 2)$ com quadri-momentos $P_i = (E_i, \mathbf{p}_i)$ e $P_f = (E_f, \mathbf{p}_f)$, respectivamente. Os elétrons emitidos são descritos pelos estados $|e_1\rangle$ e $|e_2\rangle$ com momentos $p_{1,2}$, respectivamente. Os autoestados correspondem essencialmente às transformadas de Fourier dos campos no espaço dos momentos, permitindo assim escolher o operador de criação apropriado dos elétrons emitidos no processo. Neste caso, eles podem ser criados com o operador $\bar{\psi}^-(x_i)$ da seguinte forma

$$\bar{\psi}^-(x_i)|0\rangle = \sum |e_i\rangle N_{p_i} \bar{u}_e(p_{i,2}) e^{ip_i \cdot x_i} \quad \text{com} \quad i = 1, 2, \quad (4.7)$$

onde $N_p = 1/(2\pi)^{3/2} \sqrt{2p^0}$ é um fator de normalização estândar. Com as considerações anteriores, a Eq. (4.5) fica

$$S_{fi}^{(2)} = -G_\beta^2 N_{p_1} N_{p_2} \int d^4x_1 d^4x_2 \sum_{i=1}^3 \bar{u}_e(p_1) e^{ip_1 \cdot x_1} \gamma_\mu P_L U_{ei}^2 \\ \times \langle 0|T\{\nu_{iL}(x_1)\nu_{iL}^T(x_2)\}|0\rangle P_L^T \gamma_\lambda^T \bar{u}_e^T(p_2) e^{ip_2 \cdot x_2} \\ \times \langle \Psi_f | T\{J_L^\mu(x_1)J_L^\lambda(x_2)\} | \Psi_i \rangle - (p_1 \leftrightarrow p_2), \quad (4.8)$$

onde o termo $(p_1 \leftrightarrow p_2)$ representa uma amplitude de transição anti-simétrica devido à anticomutatividade dos operadores fermiônicos [5]. Isso acontece sempre que o estado inicial ou final contém vários férmions idênticos. Usando a condição de Majorana definida

na Eq. (4.4) no propagador do neutrino, consegue-se demonstrar que a transformada de Fourier do propagador para o espaço do momento fica

$$\begin{aligned}
\langle 0|T\{\nu_{iL}(x_1)\nu_{iL}^T(x_2)\}|0\rangle &= -P_L\langle 0|T(\nu_i(x_1)\bar{\nu}_i(x_2))|0\rangle P_L C \\
&= -P_L\langle 0|iS_F(x_1-x_2)|0\rangle P_L C \\
&= -\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4q e^{-iq\cdot(x_1-x_2)} P_L\left(\frac{\not{q}+m_i}{q^2-m_i^2}\right) P_L C \quad (4.9) \\
&= -\frac{i}{(2\pi)^4}\int d^4q e^{-iq\cdot(x_1-x_2)}\left(\frac{m_i}{q^2-m_i^2}\right) P_L C.
\end{aligned}$$

Observa-se que o propagador do neutrino é proporcional a m_i como resultado da quiralidade dos campos no hamiltoniano da interação fraca. Uma consequência importante desse fato é que o elemento de matriz do decaimento $0\nu\beta\beta$ é zero quando consideramos neutrinos sem massa.

No caso do segundo termo $p_1 \leftrightarrow p_2$ da Eq. (4.8), temos que²

$$\begin{aligned}
\bar{u}_e(p_1)\gamma_\mu P_L\gamma_\lambda C\bar{u}_e^T(p_2) &= \bar{u}_e(p_2)C^T\gamma_\lambda^T P_L^T\gamma_\mu^T\bar{u}_e^T(p_1) \\
&= -\bar{u}_e(p_2)\gamma_\mu P_L\gamma_\lambda C\bar{u}_e^T(p_1),
\end{aligned} \quad (4.10)$$

e

$$T\{J_L^\mu(x_1)J_L^\lambda(x_2)\} = T\{J_L^\lambda(x_2)J_L^\mu(x_1)\}. \quad (4.11)$$

Desse modo, encontramos que o segundo termo da Eq. (4.8) é igual que o primeiro. Com os resultados anteriores, obtemos o elemento de matriz do decaimento $0\nu\beta\beta$ como segue:

$$\begin{aligned}
S_{fi}^2 &= -2G_\beta^2 N_{p_1} N_{p_2} \langle m_{\beta\beta} \rangle \\
&\times \int d^4x_1 d^4x_2 \bar{u}_e(p_1) e^{ip_1\cdot x_1} \gamma_\mu \frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{e^{-iq\cdot(x_1-x_2)}}{q^2-m_i^2} \\
&\times P_L\gamma_\lambda C\bar{u}_e^T(p_2) e^{ip_2\cdot x_2} \langle \Psi_f | T\{J_L^\mu(x_1)J_L^\lambda(x_2)\} | \Psi_i \rangle.
\end{aligned} \quad (4.12)$$

onde foi substituída a massa efetiva $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ lembrando a definição dada pela Eq. (2.57). A parte hadrônica $\langle \Psi_f | T\{J_L^\mu(x_1)J_L^\lambda(x_2)\} | \Psi_i \rangle$ representa a parte nuclear do elemento de matriz para o decaimento $0\nu\beta\beta$. Existem diferentes métodos aproximados usados para seu cálculo dadas as dificuldades para resolver de forma exata. A invariância por translações no tempo de J_L^μ , implicam:

$$J_L^\mu(x) = e^{iHx^0} J_L^\mu(\mathbf{x}) e^{-iHx^0}, \quad (4.13)$$

onde H é o hamiltoniano total e $J_L^\mu(\mathbf{x}) \equiv J_L^\mu(0, \mathbf{x})$. Tendo em conta o produto ordenado no tempo, aplicamos a transformação ao elemento de matriz para $x_1^0 > x_2^0$:

$$\begin{aligned}
\langle \Psi_f | T\{J_L^\mu(x_1)J_L^\lambda(x_2)\} | \Psi_i \rangle &= \sum_n \langle \Psi_f | J_L^\mu(x_1) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(x_2) | \Psi_i \rangle \\
&= \sum_n e^{i(E_f-E_n)x_1^0} e^{i(E_n-E_i)x_2^0} \langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_1) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) | \Psi_i \rangle,
\end{aligned} \quad (4.14)$$

² Para as Eqs. (4.9) e (4.10) foram usadas as propriedades: $\gamma_\mu^T = -C^{-1}\gamma_\mu C$ e $\gamma_5^T = C^{-1}\gamma_5 C$

onde $|\Psi_n\rangle$ é o vetor dos estados intermediários com quadri-momento $P_n = (E_n, \mathbf{p}_n)$, e a soma é sobre todos os possíveis estados $|\Psi_n\rangle$. Procedendo de forma análoga para o caso $x_1^0 < x_2^0$, obtemos

$$\begin{aligned} \langle \Psi_f | T \{ J_L^\mu(x_1) J_L^\lambda(x_2) \} | \Psi_i \rangle &= \sum_n \langle \Psi_f | J_L^\mu(x_2) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(x_1) | \Psi_i \rangle \\ &= \sum_n e^{i(E_f - E_n)x_2^0} e^{i(E_n - E_i)x_1^0} \langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_2) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_1) | \Psi_i \rangle. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Podemos resolver a integral na Eq. (4.12) para as variáveis temporais x_1^0 e x_2^0 :

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx_1^0 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2^0 \cdots = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1^0 \left[\int_{-\infty}^{x_1^0} dx_2^0 \cdots + \int_{x_1^0}^{\infty} dx_2^0 \cdots \right], \quad (4.16)$$

aqui a primeira integral corresponde à região $x_1^0 > x_2^0$, cuja integração em q^0 no propagador do neutrino³ fica:

$$\frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{e^{-iq \cdot (x_1 - x_2)}}{q^2 - m_i^2} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \frac{e^{-iq_i^0(x_1^0 - x_2^0) + i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)}}{2q_i^0}, \quad (4.17)$$

onde $q_i^0 = \sqrt{\mathbf{q}^2 + m_i^2}$. A segunda integral representa a região $x_1^0 < x_2^0$, cuja integração em q^0 no propagador do neutrino fica:

$$\frac{i}{(2\pi)^4} \int d^4q \frac{e^{-iq \cdot (x_1 - x_2)}}{q^2 - m_i^2} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \frac{e^{-iq_i^0(x_2^0 - x_1^0) + i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1)}}{2q_i^0}. \quad (4.18)$$

Com os resultados obtidos nas Eqs. (4.14) e (4.17), encontramos que

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} dx_1^0 \int_{-\infty}^{x_1^0} dx_2^0 \langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_1) J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) | \Psi_i \rangle e^{i(p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0)} e^{-iq_i^0(x_1^0 - x_2^0)} \\ &= -i \sum_n \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_1) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) | \Psi_i \rangle}{E_n + p_2^0 + q_i^0 - E_i - i\epsilon} 2\pi \delta(E_f + p_1^0 + p_2^0 - E_i). \end{aligned} \quad (4.19)$$

De modo análogo, usamos as Eqs. (4.15) e (4.18) e obtemos a seguinte relação

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} dx_1^0 \int_{x_1^0}^{\infty} dx_2^0 \langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_2) J_L^\lambda(\mathbf{x}_1) | \Psi_i \rangle e^{i(p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0)} e^{-iq_i^0(x_2^0 - x_1^0)} \\ &= -i \sum_n \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_2) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_1) | \Psi_i \rangle}{E_n + p_1^0 + q_i^0 - E_i - i\epsilon} 2\pi \delta(E_f + p_1^0 + p_2^0 - E_i). \end{aligned} \quad (4.20)$$

As duas expressões anteriores foram encontradas usando as seguintes relações:

$$\int_{-\infty}^0 dx_2^0 e^{iax_2^0} \rightarrow \int_{-\infty}^0 dx_2^0 e^{i(a-i\epsilon)x_2^0} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{-i}{a - i\epsilon}, \quad (4.21)$$

e

$$\int_0^{\infty} dx_2^0 e^{iax_2^0} \rightarrow \int_0^{\infty} dx_2^0 e^{i(a+i\epsilon)x_2^0} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{i}{a + i\epsilon}. \quad (4.22)$$

³ Tendo em conta que no propagador estamos supondo $m_i^2 \rightarrow m_i^2 + i\epsilon$

aqui esta-se supondo que a interação em $\pm\infty$ é desprezível. As considerações anteriores levam na expressão exata do elemento de matriz para o decaimento $0\nu\beta\beta$:

$$\begin{aligned}
S_{fi}^{(2)} &= iG_\beta^2 \langle m_{\beta\beta} \rangle N_{p_1} N_{p_2} \\
&\times \bar{u}_e(p_1) \gamma_\mu \gamma_\lambda P_R C \bar{u}_e^T(p_2) \int d^3x_1 d^3x_2 e^{-i(\mathbf{p}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{p}_2\mathbf{x}_2)} \\
&\times \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \frac{e^{i\mathbf{q}(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2)}}{q_i^0} \left[\sum_n \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_1) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) | \Psi_i \rangle}{E_n + p_2^0 + q_i^0 - E_i - i\epsilon} \right. \\
&\left. + \sum_n \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_2) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_1) | \Psi_i \rangle}{E_n + p_1^0 + q_i^0 - E_i - i\epsilon} \right] 2\pi \delta(E_f + p_1^0 + p_2^0 - E_i). \tag{4.23}
\end{aligned}$$

Com o propósito de obter uma expressão para o tempo de meia-vida do mecanismo estandar com o elemento de matriz, vamos levar em consideração as seguintes aproximações relevantes:

1. O limite superior da *massa leve dos neutrinos* $m_i \lesssim 1$ eV será desprezível em relação ao momento médio do neutrino q , uma vez que a relação de incerteza impõe $r|\vec{q}| \simeq 1 \rightarrow q \equiv |\vec{q}| \simeq 1/r \simeq 200$ MeV, ao considerar a distancia entre dois núcleons no núcleo como $r \simeq 10^{-13}$ cm. Portanto, a relação $q_i^0 = \sqrt{|\vec{q}|^2 + m_i^2}$ estabelece que $q_i^0 \simeq q$.
2. A *aproximação de onda longa* implica que para os dois elétrons emitidos vai se cumprir que $|\vec{p}_k \cdot \vec{x}_k| \leq |\vec{p}_k| R$, onde $R \simeq 1.2A^{1/3} \times 10^{-13}$ cm é o raio do núcleo. Desse modo, se considerarmos que $|\vec{p}_k| \sim 1$ MeV, então $|\vec{p}_k| R \simeq 6.07A^{1/3} \times 10^{-3} \ll 1$, obtendo assim $e^{-i\vec{p}_k \cdot \vec{x}_k} \simeq 1$.
3. A *aproximação de fechadura* permite substituir a energia dos estados intermediários E_n pela energia média \bar{E} , dado que a energia do neutrino corresponde a $q \simeq 200$ MeV, tal como foi deduzido na aproximação 1, sendo muito maior do que a energia de excitação dos núcleos intermediários $E_n - E_i$. Nessa aproximação podemos desenvolver a soma sobre o sistema total de estados intermediários $|N_n\rangle$ no elemento de matriz na Eq. (4.53), de forma que:

$$\sum_n \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_1) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) | \Psi_i \rangle}{E_n + p_2^0 + q_i^0 - E_i - i\epsilon} \simeq \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_1) J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) | \Psi_i \rangle}{\bar{E} + p_2^0 + q - E_i - i\epsilon}. \tag{4.24}$$

Além disso, podemos desprezar o recuo nuclear no sistema de laboratório e obter

$$M_i = M_f + p_2^0 + p_1^0, \tag{4.25}$$

onde M_i e M_f são as massas dos núcleos inicial e final (assumindo que $E_{i,f} \sim M_{i,f}$).

Usando estas relações, a energia fica

$$\bar{E} + q + p_{1,2}^0 - M_i = \bar{E} + q \pm \frac{p_1^0 - p_2^0}{2} - \frac{M_i \pm M_f}{2} \simeq \bar{E} + q - \frac{M_i + M_f}{2}, \tag{4.26}$$

tendo em conta que $(p_1^0 - p_2^0)/2 \ll q$. Portanto,

$$\begin{aligned} & \sum_n \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_1) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) | \Psi_i \rangle}{E_n + p_2^0 + q_i^0 - E_i - i\epsilon} + \sum_n \frac{\langle \Psi_f | J_L^\mu(\mathbf{x}_2) | \Psi_n \rangle \langle \Psi_n | J_L^\lambda(\mathbf{x}_1) | \Psi_i \rangle}{E_n + p_1^0 + q_i^0 - E_i - i\epsilon} \\ &= \frac{1}{\left(q + \bar{E} - \frac{M_i + M_f}{2}\right)} \langle \Psi_f | \left(J_L^\mu(\mathbf{x}_1) J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) + J_L^\mu(\mathbf{x}_2) J_L^\lambda(\mathbf{x}_1) \right) | \Psi_i \rangle. \end{aligned} \quad (4.27)$$

4. A aproximação de impulso não relativístico para a corrente carregada $J_L^\mu(\mathbf{x})$ é definida por:

$$J_L^\mu(\mathbf{x}) = \sum_n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n) \tau_+^n \left[g^{\mu 0} J_n^0(q^2) + g^{\mu k} J_n^k(q^2) \right], \quad (4.28)$$

sendo $g^{\mu\lambda}$ é o tensor métrico ($g^{00} = 1, g^{ii} = -1$ e $g^{\mu\lambda} = 0$ para $\mu \neq \lambda$) e

$$\begin{aligned} J_n^0(q^2) &= g_V(q^2), \\ \mathbf{J}_n(q^2) \equiv J_n^k(q^2) &= g_A(q^2) \sigma_n^k + i g_M(q^2) \frac{\boldsymbol{\sigma}_n \times \mathbf{q}}{2m_N} - g_P(q^2) \frac{\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{q}}{2m_N} \mathbf{q}, \end{aligned} \quad (4.29)$$

onde m_N é a massa do núcleon, $g_V(q^2)$, $g_A(q^2)$ e $g_M(q^2)$ são os fatores de forma vetorial, axial e magnético da corrente carregada do núcleon, respectivamente. Lembrando que τ_+^n é definido da mesma forma que na Seção 2.2.1 e σ_n^k são as matrizes de Pauli e atuam no n -ésimo núcleon. Os fatores de forma são $g_V(0) = 1$, $g_A(0) = g_A \simeq 1.269$, $g_M(0) = \mu_p - \mu_n$ (μ_p e μ_n são os momentos magnéticos anômalos do próton e o nêutron) e $g_P(q^2) = 2m_N g_A / (q^2 + m_\pi^2)$. Como consequência da aproximação de impulso temos

$$J_L^\mu(\mathbf{x}_1) J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) = J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) J_L^\mu(\mathbf{x}_1), \quad (4.30)$$

onde foi levado em conta que $\tau_+^n \tau_+^n = 0$. Ainda, a anticomutatividade das matrizes gamma nos leva no resultado:

$$\gamma_\mu \gamma_\lambda = g_{\mu\lambda} + \frac{1}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\lambda]. \quad (4.31)$$

Dada a simetria pela troca $\mu \leftrightarrow \lambda$ da parte hadrônica do elemento de matriz na Eq. (4.53), o segundo termo na Eq. (4.31) não oferece nenhuma contribuição para a Eq. (4.53). Desse modo, o produto $\gamma_\mu \gamma_\lambda P_R J^\mu J^\lambda$ se reduz a $P_R g_{\mu\lambda} J^\mu J^\lambda$, com:

$$\begin{aligned} g_{\mu\lambda} J_L^\mu(\mathbf{x}_1) J_L^\lambda(\mathbf{x}_2) &= J_{\lambda L}(\mathbf{x}_1) J_L^\lambda(\mathbf{x}_2), \\ &= \sum_{n,m} \delta(\mathbf{x}_1 - \mathbf{r}_n) \delta(\mathbf{x}_2 - \mathbf{r}_m) \tau_+^n \tau_+^m \left(J_n^0 J_m^0 - \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{J}_m \right). \end{aligned} \quad (4.32)$$

Com todas as aproximações e considerações anteriores, a expressão para o elemento de matriz do decaimento $0\nu\beta\beta$ resulta

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(2)} &= -2i G_\beta^2 \langle m_{\beta\beta} \rangle N_{p_1} N_{p_2} \bar{u}_e(p_1) P_R C \bar{u}_e^T(p_2) \\ &\times \langle \Psi_f | \left(\sum_{n,m} \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \frac{e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_{nm}}}{q \left(q + \bar{E} - \frac{M_i + M_f}{2} \right)} \tau_+^n \tau_+^m \left(\mathbf{J}_n \mathbf{J}_m - J_n^0 J_m^0 \right) \right) | \Psi_i \rangle \\ &\times 2\pi \delta(M_f + p_1^0 + p_2^0 - M_i), \end{aligned} \quad (4.33)$$

onde $\mathbf{r}_{nm} = \mathbf{r}_n - \mathbf{r}_m$. Sabendo que $\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_{nm} = qr_{nm} \cos \theta$, a integral sobre o ângulo θ deixa

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3q \frac{e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_{nm}}}{q \left(q + \bar{E} - \frac{M_i + M_f}{2} \right)} = \frac{1}{2\pi^2 r_{nm}} \int_0^\infty dq \frac{\sin(qr_{nm})}{q + \bar{E} - \frac{M_i + M_f}{2}}. \quad (4.34)$$

Também podemos definir o elemento de matriz nuclear $M^{0\nu}$ dado pela expressão

$$M^{0\nu} = \langle \Psi_f | \sum_{n,m} H(r_{nm}, \bar{E}) \tau_+^n \tau_+^m (\mathbf{J}_n \mathbf{J}_m - J_n^0 J_m^0) | \Psi_i \rangle, \quad (4.35)$$

sendo $H(r_{nm}, \bar{E})$ o potencial do neutrino definido pela função

$$H(r_{nm}, \bar{E}) = \frac{2R}{\pi r_{nm}} \int_0^\infty \frac{\sin(qr_{nm}) dq}{q + \bar{E} - \frac{M_i + M_f}{2}}, \quad (4.36)$$

Levando em consideração só os termos axial e vetorial da Eq. (4.29), então podemos escrever a Eq. (4.35) como

$$M_{0\nu} = g_A^2 \left(M_{GT}^{0\nu} - \frac{1}{g_A^2} M_F^{0\nu} \right), \quad (4.37)$$

onde

$$M_{GT}^{0\nu} = \langle \Psi_f | \sum_{n,m} H(r_{nm}, \bar{E}) \tau_+^n \tau_+^m \boldsymbol{\sigma}^n \cdot \boldsymbol{\sigma}^m | \Psi_i \rangle, \quad (4.38)$$

é o elemento de matriz de Gamow-Teller e

$$M_F^{0\nu} = \langle \Psi_f | \sum_{n,m} H(r_{nm}, \bar{E}) \tau_+^n \tau_+^m | \Psi_i \rangle, \quad (4.39)$$

corresponde ao elemento de matriz de Fermi. O elemento de matriz do decaimento $0\nu\beta\beta$ fica,

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(2)} &= -iG_\beta^2 \langle m_{\beta\beta} \rangle \frac{1}{2(2\pi)^6 \sqrt{p_1^0 p_2^0}} \frac{1}{R} \bar{u}_e(p_1) P_R C \bar{u}_e^T(p_2) \\ &\times M^{0\nu} \delta(p_1^0 + p_2^0 + M_f - M_i). \end{aligned} \quad (4.40)$$

A taxa diferencial do decaimento $0\nu\beta\beta$ é dada por [43]:

$$d\Gamma^{0\nu} = 2\pi \sum_{\text{spin}} |R_{0\nu}|^2 \delta(p_1^0 + p_2^0 + M_f - M_i) \frac{d\mathbf{p}_1}{(2\pi)^3} \frac{d\mathbf{p}_2}{(2\pi)^3}, \quad (4.41)$$

a partir da Eq. (4.40) definimos

$$|R^{0\nu}|^2 = \frac{G_\beta^4}{4R^2} \langle m_{\beta\beta} \rangle^2 |M^{0\nu}|^2 \left| \bar{u}_e^{r_1}(p_1) (1 + \gamma_5) C (\bar{u}_e^{r_2}(p_2))^T \right|^2. \quad (4.42)$$

Usando o método de Casimir obtemos

$$\begin{aligned} \sum_{r_1, r_2} \left| \bar{u}_e^{r_1}(p_1) (1 + \gamma_5) C (\bar{u}_e^{r_2}(p_2))^T \right|^2 \\ = \text{Tr}[(1 + \gamma_5)(\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p}_2 - m_e)(1 - \gamma_5)(\boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p}_1 + m_e)] \\ = 8p_1 \cdot p_2 = 8(E_1 E_2 - |\mathbf{p}_1| |\mathbf{p}_2| \cos \theta). \end{aligned} \quad (4.43)$$

Aqui $E_{1,2} = p_{1,2}^0$ são as energias dos elétrons emitidos ($E_2 = M_i - M_f - E_1$) e θ é o ângulo entre os momentos \mathbf{p}_1 e \mathbf{p}_2 . Daí podemos obter a expressão:

$$d\Gamma^{0\nu} = \langle m_{\beta\beta} \rangle^2 |M^{0\nu}|^2 \frac{G_\beta^4}{(2\pi)^5 R^2} (E_1 E_2 - |\mathbf{p}_1||\mathbf{p}_2| \cos \theta) \times F(E_1, (Z+2)) F(E_2, (Z+2)) |\mathbf{p}_1||\mathbf{p}_2| \sin \theta d\theta dE_1. \quad (4.44)$$

Neste caso, também foi introduzida a função $F(E, Z)$ que descreve a interação eletromagnética do estado final entre os elétrons e o núcleo e está definida de modo análogo à função dada pela Eq. (2.38). Com a taxa de decaimento podemos conhecer a expressão para a meia-vida do decaimento $0\nu\beta\beta$ indicada na Eq. (2.47)

$$(T_{1/2}^{0\nu})^{-1} = \frac{\Gamma^{0\nu}}{\ln 2} = G_{0\nu} |M_{0\nu}|^2 \langle m_{\beta\beta} \rangle^2, \quad (4.45)$$

onde o fator no espaço de fase é dado por

$$G^{0\nu}(Q, Z) = \frac{G_\beta^4}{2 \ln 2 (2\pi)^5} \times \frac{1}{R^2} \int_0^Q dT_1 \int_0^\pi \sin \theta d\theta |\mathbf{p}_1||\mathbf{p}_2| (E_1 E_2 - |\mathbf{p}_1||\mathbf{p}_2| \cos \theta) \times F(E_1, (Z+2)) F(E_2, (Z+2)). \quad (4.46)$$

sendo $T_1 = E_1 - m_e$ é a energia cinética do elétron e $Q = M_i - M_f - 2m_e$ corresponde à energia cinética total liberada.

4.2 Amplitudes do MSLR para o decaimento $0\nu\beta\beta$

Nesta seção vamos analisar as diferentes contribuições, representadas como diagramas de Feynman para o decaimento $0\nu\beta\beta$ no MSLR. Afim de encontrarmos as amplitudes das diferentes contribuições é necessário lembrar as CC leptônicas dadas no capítulo anterior na Eq. (3.83). Desta forma, o decaimento $0\nu\beta\beta$ pode resultar das diferentes combinações dessas correntes: ambas correntes esquerdas, ambas correntes direitas ou uma mistura delas. Em qualquer um dos casos, também pode-se considerar a troca de neutrinos tanto leves quanto pesados, conforme a Eq. (3.84).

Vejamos primeiro o elemento de matriz leptônico do mecanismo estandard do diagrama de Feynman da Fig. 4.1a. As regras de Feynman neste caso indicam que cada linha externa contribui com um fator de \bar{u}_e na amplitude. Enquanto à linha interna corresponde ao propagador que envolve $\nu_{eL}\nu_{eL}$ e existe apenas para férmions de Majorana. Dadas estas considerações, o elemento de matriz leptônico para o presente caso fica

$$\mathcal{M}_{\mu\lambda} = \sum_{i=1}^3 \left[\bar{u}_e(p_1) \gamma_\mu P_L U_{ei} \right]_A \left[\bar{u}_e(p_2) \gamma_\lambda P_L U_{ei} \right]_B \left[S'_F(q) \right]_{AB} - (1 \leftrightarrow 2), \quad (4.47)$$

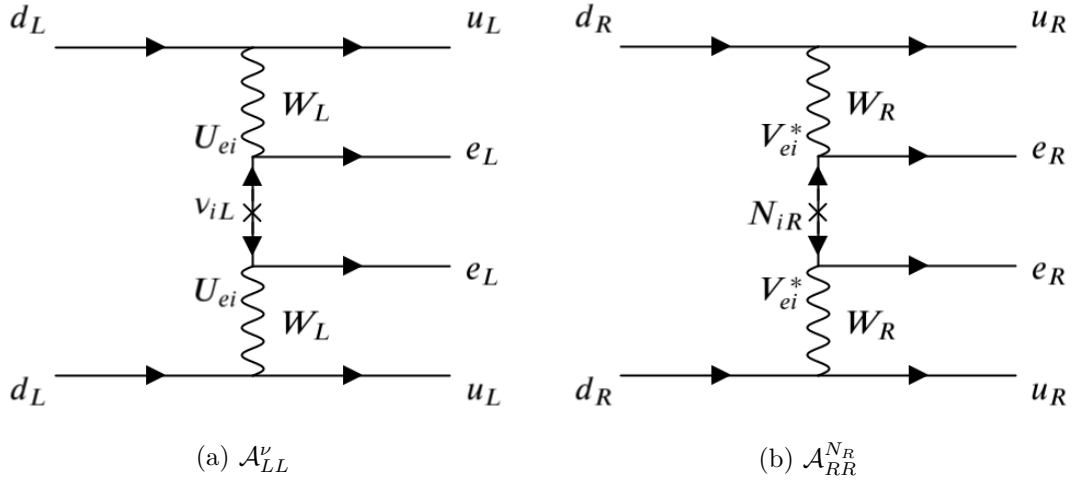


Figura 4.1 – Diagramas de Feynman do decaimento $0\nu\beta\beta$ no MSLR, mediado por (a) neutrinos leves (mecanismo estândar) e por (b) neutrinos pesados na presença de correntes de mão direita. O diagrama com a troca de neutrinos pesados e correntes de mão esquerda é o mesmo que o diagrama (a), substituindo $\nu_{iL} \leftrightarrow N_{iR}$ e $U_{ei} \leftrightarrow S_{ei}$. Diagramas com troca de neutrino leve e corrente de mão direita são desprezíveis. Fonte: Tomada de [10].

onde a função $S'_F(q)$ corresponde ao propagador para neutrinos de Majorana definido como

$$S'_F(q) = \lambda^* S_F(q) C, \quad (4.48)$$

sendo λ^* uma fase e S_F o propagador convencional para léptons (de Dirac):

$$S_F(q) = \frac{\not{q} + m_i}{q^2 - m_i^2}. \quad (4.49)$$

Rescrevendo a Eq. (4.47) na forma matricial temos

$$\mathcal{M}_{\mu\lambda} = \lambda^* \sum_{i=1}^3 \left(\bar{u}_e(p_1) \gamma_\mu P_L U_{ei} \right) S_F(q) C \left(\bar{u}_e(p_2) \gamma_\lambda P_L U_{ei} \right)^T - (1 \leftrightarrow 2), \quad (4.50)$$

de modo análogo à Eq. (4.8). Usando algumas propriedades da matriz C^4 , consegue-se demonstrar que

$$C \left(\bar{u}_e(p_2) \gamma_\lambda P_L U_{ei} \right)^T = -U_{ei} P_L \gamma_\lambda C \bar{u}_e^T(p_2). \quad (4.51)$$

Substituindo a expressão anterior na Eq. (4.50) é possível identificar e resolver um fator do tipo

$$P_L S_F(q) P_L = P_L \left(\frac{\not{q} + m_i}{q^2 - m_i^2} \right) P_L = \frac{m_i}{q^2 - m_i^2} P_L, \quad (4.52)$$

similar ao resultado da Eq. (4.9). No caso do diagrama na Fig. 4.1b obtemos um resultado equivalente e da forma $\frac{M_i}{q^2 - M_i^2} P_R$. A estrutura quiral das partículas no estado

⁴ $C^T = -C = C^{-1} = C^\dagger$

final influenciam claramente no propagador do neutrino quando construímos o elemento de matriz. Por este motivo, a categorização principal para distinguir as amplitudes das diferentes contribuições vem da quiralidade dos vértices leptônicos. Finalmente, para o caso do mecanismo estândar podemos escrever o elemento de matriz da Eq. (4.47) usando os resultados das Eqs. (4.51) e (4.52) na forma:

$$\mathcal{M}_{\mu\lambda} = -\lambda^* \sum_{i=1}^3 \frac{U_{ei}^2 m_i}{q^2 - m_i^2} \left(\bar{u}_e(p_1) \gamma_\mu P_L \gamma_\lambda C \bar{u}_e^T(p_2) \right) - (1 \leftrightarrow 2). \quad (4.53)$$

Como dito anteriormente, as amplitudes para o decaimento $0\nu\beta\beta$ dentro do MSLR podem ser classificadas de acordo com a quiralidade dos elétrons emitidos no estado final e com as massas dos neutrinos: neutrinos leves ν_{iL} ($m_i^2 \ll q^2$) e neutrinos pesados N_{iR} ($M_i^2 \gg q^2$). A descrição para cada uma dessas amplitudes será detalhada fazendo especial ênfase nos mecanismos mediados por neutrinos leves. Uma explicação mais profunda deste assunto e os limites dos diferentes mecanismos podem ser consultados na referencia [10].

4.2.1 Mecanismo dependente da massa (LL,RR)

A amplitude do processo torna-se dependente essencialmente da massa dos neutrinos considerando que o propagador fica:

$$P_{L,R} \left(\frac{q + m_i}{q^2 - m_i^2} \right) P_{L,R} = \frac{m_i}{q^2 - m_i^2} P_{L,R} \simeq \begin{cases} \frac{m_i}{q^2} P_{L,R}, & m_i^2 \ll q^2 \\ -\frac{P_{L,R}}{M_i}, & M_i^2 \gg q^2. \end{cases} \quad (4.54)$$

Os elétrons nesse tipo de mecanismo são emitidos com a mesma quiralidade (veja a Fig. 4.1), $e_L - e_L$ ou $e_R - e_R$. Os possíveis processos são:

- *Mecanismo estândar*: De acordo com a descrição na seção anterior e no início desta, este mecanismo implica que ambos os elétrons emitidos são de mão esquerda, $e_L - e_L$, trocando neutrinos leves ν_L . Para encontrar a amplitude consideramos uma interação efetiva onde os quatro vértices do diagrama contribuem com $(g/\sqrt{2})^4$ e os dois propagadores dos bósons com $(1/M_{W_L}^2)^2$. Do elemento de matriz na Eq. (4.53) e levando em conta a Eq. (4.54) obtemos a contribuição $\sum_i U_{ei}^2 m_i/q^2$ à amplitude. Assim, o diagrama gerado neste mecanismo possui uma amplitude proporcional a:

$$\mathcal{A}_{LL}^\nu \propto \left(\frac{g}{\sqrt{2}} \right)^4 \left(\frac{1}{M_{W_L}^2} \right)^2 \frac{\sum_i U_{ei}^2 m_i}{q^2} \simeq G_F^2 \frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle}{q^2}, \quad (4.55)$$

onde o acoplamento fraco é definido pela constante de Fermi,

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \left(\frac{g}{M_{W_L}} \right)^2. \quad (4.56)$$

A normalização da massa efetiva resulta no parâmetro adimensional que descreve a violação do número leptônico,

$$|\eta_\nu| = \frac{|\langle m_{\beta\beta} \rangle|}{m_e} = \frac{|\sum_i U_{ei}^2 m_i|}{m_e}. \quad (4.57)$$

Em geral, diagramas com correntes leptônicas LL trocando neutrinos tanto leves quanto pesados, possuem uma amplitude proporcional a:

$$\mathcal{A}_{LL} \simeq \mathcal{A}_{LL}^\nu + \mathcal{A}_{LL}^{NR} \propto G_F^2 \sum_i \left(\frac{U_{ei}^2 m_i}{q^2} - \frac{S_{ei}^2}{M_i} \right). \quad (4.58)$$

- Diagramas RR, onde serão emitidos dois elétrons de mão direita, $e_R - e_R$. A amplitude para diagramas mediados pela troca de neutrinos leves será proporcional a

$$\mathcal{A}_{RR}^\nu \propto \left(\frac{g}{\sqrt{2}} \right)^4 \left(\frac{1}{M_{WR}^2} \right)^2 \frac{\sum_i T_{ei}^{*2} m_i}{q^2} \simeq G_F^2 \left(\frac{M_{WL}}{M_{WR}} \right)^4 \frac{\sum_i T_{ei}^{*2} m_i}{q^2}. \quad (4.59)$$

Em geral, diagramas com correntes leptônicas RR trocando neutrinos leves e pesados, apresentam uma amplitude proporcional a:

$$\mathcal{A}_{RR} \simeq \mathcal{A}_{RR}^\nu + \mathcal{A}_{RR}^{NR} \propto G_F^2 \left(\frac{M_{WL}}{M_{WR}} \right)^4 \sum_i \left(\frac{T_{ei}^{*2} m_i}{q^2} - \frac{V_{ei}^{*2}}{M_i} \right). \quad (4.60)$$

4.2.2 Mecanismo dependente do momento (LR,RL)

Quando um dos vértices leptônicos é do tipo $V - A$ e outro $V + A$, então é o quadri-momento do propagador do neutrino quem contribui na amplitude do processo,

$$P_{L,R} \left(\frac{\not{q} + m_i}{q^2 - m_i^2} \right) P_{R,L} = \frac{\not{q}}{q^2 - m_i^2} P_{R,L} \simeq \begin{cases} \frac{P_{R,L}}{q}, & m_i^2 \ll q^2 \\ -\frac{q P_{R,L}}{M_i^2}, & M_i^2 \gg q^2 \end{cases} \quad (4.61)$$

Aqui os elétrons emitidos evidentemente terão quiralidades diferentes e os diagramas resultam da mistura das CC leptônicas $W_L - W_R$. A continuação serão descritos os diagramas mais relevantes deste mecanismo:

- *Mecanismo λ* : Tal como mostra a Fig. 4.2a, o mecanismo resulta da mistura das correntes de mão esquerda e direita, sendo emitidos elétrons com quiralidades $e_L - e_R$. Neste caso, a amplitude fica proporcional a

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_\lambda &\propto \left(\frac{g}{\sqrt{2}} \right)^4 \left(\frac{1}{M_{WL}^2} \right) \left(\frac{1}{M_{WR}^2} \right) \sum_i \frac{U_{ei} T_{ei}^*}{q} \\ &\simeq G_F^2 \left(\frac{M_{WL}}{M_{WR}} \right)^2 \sum_i \frac{U_{ei} T_{ei}^*}{q}, \end{aligned} \quad (4.62)$$

e o parâmetro de física de partículas é dado por

$$\langle \lambda \rangle \equiv |\eta_\lambda^\nu| = \left(\frac{M_{WL}}{M_{WR}} \right)^2 \left| \sum_i U_{ei} T_{ei}^* \right|. \quad (4.63)$$

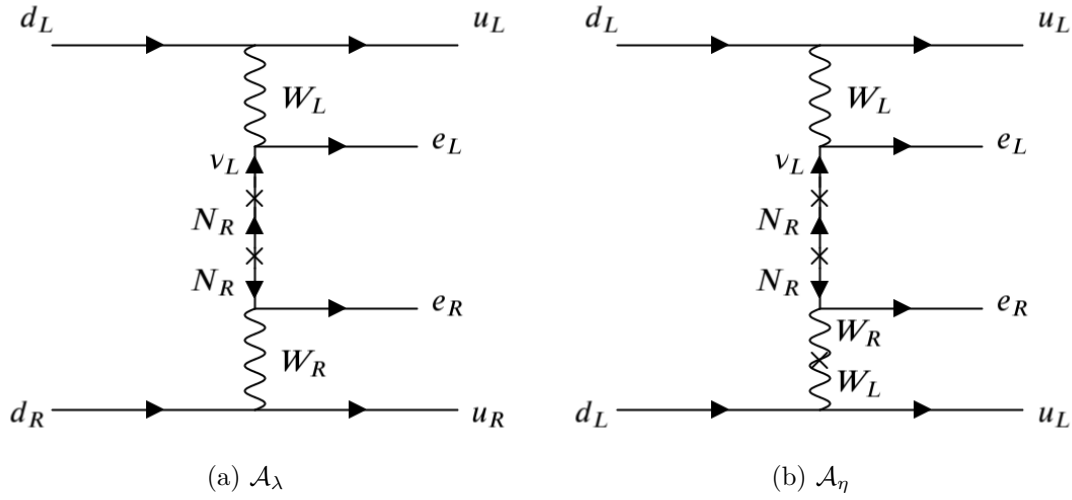


Figura 4.2 – Diagramas de Feynman do decaimento no MSLR com elétrons de quiralidades diferentes emitidos no estado final. (a) Mecanismo λ e o (b) Mecanismo η devido à mistura de bósons de gauge. Fonte: Tomada de [10].

- *Mecanismo η* : Aqui o diagrama surge da mistura dos bósons de gauge $W_L^- - W_R^-$, conforme mostra a Fig. 4.2b. Essa mistura é descrita por um fator proporcional a $\tan \zeta$. A amplitude para o diagrama de Feynman desse processo é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_\eta &\propto \left(\frac{g}{\sqrt{2}}\right)^4 \left(\frac{1}{M_{W_L}^2}\right)^2 \tan \zeta \sum_i \frac{U_{ei} T_{ei}^*}{q} \\ &\simeq G_F^2 \tan \zeta \sum_i \frac{U_{ei} T_{ei}^*}{q}, \end{aligned} \quad (4.64)$$

com

$$\langle \eta \rangle \equiv |\eta_\eta^\nu| = \tan \zeta \left| \sum_i U_{ei} T_{ei}^* \right|. \quad (4.65)$$

4.2.3 Mecanismo mediado por tripletos

Outros mecanismos que apresentam uma topologia diferente (veja a Fig. 4.3), estão associados aos diagramas mediados por tripletos duplamente carregados:

- δ_R^{--} : O diagrama é mediado por um tripleto de $SU(2)_R$, cuja amplitude é

$$\mathcal{A}_{\delta_R^{--}} \propto \underbrace{\left(\frac{g}{\sqrt{2}}\right)^2 (\sqrt{2}g^2 v_R) (h_R)_{ee}}_{\text{Acoplamentos}} \underbrace{\left(\frac{1}{M_{W_R}^2}\right)^2 \left(\frac{1}{m_{\delta_L^{--}}^2}\right)}_{\text{Propagadores}} \simeq G_F^2 \left(\frac{M_{W_L}}{M_{W_R}}\right)^4 \frac{(h_R)_{ee} v_R}{m_{\delta_R^{--}}^2}, \quad (4.66)$$

tendo em conta que o elemento ee da matriz de massa do neutrino de Majorana right como $(M_R)_{ee} \simeq (h_R)_{ee} v_R = \sum_i V_{ei}^2 M_i$, sendo h_{ee} o acoplamento do tripleto

com os elétrons right. Então,

$$\mathcal{A}_{\delta_R^{--}} \propto G_F^2 \left(\frac{M_{W_L}}{M_{W_R}} \right)^4 \frac{\sum_i V_{ei}^2 M_i}{m_{\delta_R^{--}}^2}, \quad (4.67)$$

com o parâmetro adimensional,

$$|\eta_{RR}^{\delta_R^{--}}| = \frac{|\sum_i V_{ei}^2 M_i| m_p}{m_{\delta_R^{--}}^2 M_{W_R}^4 G_F^2}. \quad (4.68)$$

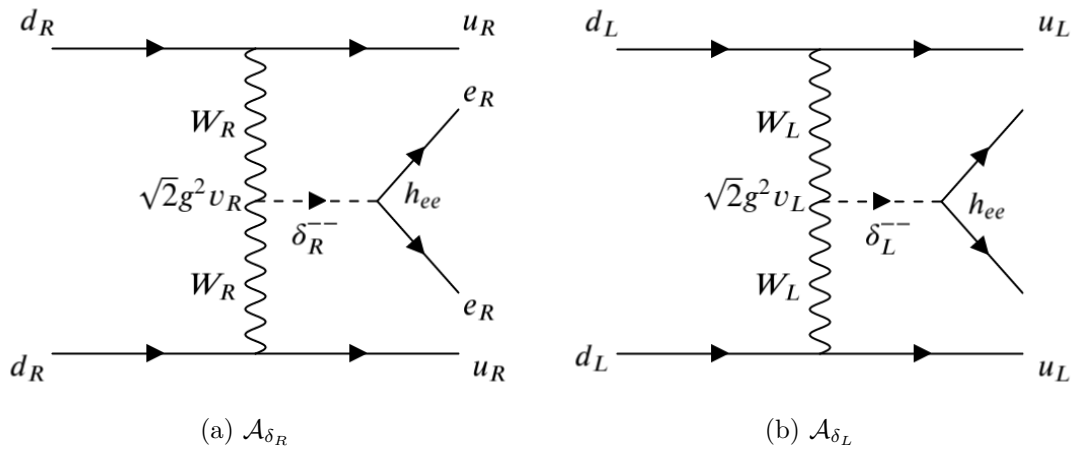


Figura 4.3 – Diagramas de Feynman do decaimento no MSLR, mediados por tripletos duplamente carregados. (a) Tripleto $SU(2)_R$ e (b) Tripleto $SU(2)_L$. Fonte: Tomada de [10].

- δ_L^{--} : Também existe o diagrama mediado pelo tripleto de $SU(2)_L$, cuja amplitude é

$$\mathcal{A}_{\delta_L^{--}} \propto G_F^2 \frac{(h_L)_{ee} v_L}{m_{\delta_L^{--}}^2}. \quad (4.69)$$

Na seção seguinte serão considerados somente esses mecanismos ou contribuições onde há troca de neutrinos leves na meia-vida.

4.3 Meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$ no MSLR

As correntes leptônicas e hadrônicas tanto de mão esquerda quanto de mão direita no MSLR, permitem introduzir novas contribuições além da estândar, na meia-vida do decaimento $0\nu\beta\beta$. Para derivar a meia-vida pode-se considerar o hamiltoniano efetivo mais geral da interação fraca para esse caso[13, 60, 61]:

$$\mathcal{H}_I = \frac{G_\beta}{\sqrt{2}} [j_L^\mu J_{\mu L}^\dagger + \chi j_L^\mu J_{\mu R}^\dagger + \eta j_R^\mu J_{\mu L}^\dagger + \lambda j_R^\mu J_{\mu R}^\dagger] + \text{h.c.} \quad (4.70)$$

As constantes de acoplamento entre as correntes são determinadas pelos parâmetros dimensionais χ, η e λ , considerando que $\chi = \eta$. Os valores reais dessas constantes foram determinados na seção anterior,

$$\langle \eta \rangle = \eta \left| \sum_i U_{ei} T_{ei}^* \right| \quad \text{e} \quad \langle \lambda \rangle = \lambda \left| \sum_i U_{ei} T_{ei}^* \right|, \quad (4.71)$$

onde $\eta \simeq \tan \zeta$ e $\lambda \simeq (M_{W_L}/M_{W_R})^2$. As CC leptônicas são dadas pelas expressões na Eq. (3.83) com $\bar{l} \equiv \bar{e}$ e os autoestados dos neutrinos do elétron $\nu'_{L(R)} \equiv \nu_{eL(R)}$ são definidos pela expressão na Eq. (3.84). Desprezando a mistura entre as diferentes gerações dos neutrinos leves e pesados, consegue-se aproximar $U \simeq V_\nu$ e $V \simeq V_N$. A matriz V_ν pode ser identificada com boa aproximação como a matriz de mistura PMNS definida na Eq. (2.49) e $V \simeq V_N$ será o caso análogo para os neutrinos pesados. Como esta última matriz é desconhecida, é comum assumir que a estrutura de V_N seja a mesma que V_ν . Desse modo, obtemos

$$\begin{aligned} \langle \lambda \rangle &\approx \lambda |\xi| \theta, \\ \langle \eta \rangle &\approx \eta |\xi| \theta, \end{aligned} \quad (4.72)$$

sendo $|\xi| \simeq 0.82$ e lembrando que θ é definido na Eq. (3.71). As correntes hadrônicas de mão esquerda $J_{\mu L}^\dagger$ e direita $J_{\mu R}^\dagger$, na aproximação de impulso não relativístico são [60]:

$$\begin{aligned} J_L^{\mu\dagger}(\mathbf{x}) &= \sum_n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n) \tau_+^n \left[g^{\mu 0} (g_V - g_A C_n) + g^{\mu k} (g_A \sigma_n^k - g_V D_n^k) \right], \\ J_R^{\mu\dagger}(\mathbf{x}) &= \sum_n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n) \tau_+^n \left[g^{\mu 0} (g'_V + g'_A C_n) + g^{\mu k} (-g'_A \sigma_n^k - g'_V D_n^k) \right]. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Aqui, $\mathbf{q}_n = \mathbf{p}_n - \mathbf{p}'_n$ é o momento transferido dos núcleons. O próton final (nêutron inicial) possui energia E'_n (E_n) e o momento \mathbf{p}'_n (\mathbf{p}_n). Os operadores de recuo do núcleon são dados por

$$\begin{aligned} C_n &= \frac{\boldsymbol{\sigma}_n \cdot (\mathbf{p}_n + \mathbf{p}'_n)}{2m_N} - \frac{g_P}{g_A} (E_n - E'_n) \frac{\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \mathbf{q}_n}{2m_N}, \\ \mathbf{D}_n &= \frac{\mathbf{p}_n + \mathbf{p}'_n}{2m_N} - i \left(1 + \frac{g_M}{g_V} \right) \frac{\boldsymbol{\sigma}_n \times \mathbf{q}_n}{2m_N}. \end{aligned} \quad (4.74)$$

Todas as aproximações e considerações relevantes para a derivação da meia-vida podem ser encontradas com mais detalhe nas referências [13, 60]. Aqui a meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$ foi definida de acordo com [13]:

$$\begin{aligned} (T_{1/2}^{0\nu})^{-1} &= g_A^4 |M_{GT}|^2 \left\{ C_{mm} \left(\frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle}{m_e} \right)^2 + C_{m\lambda} \frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle}{m_e} \langle \lambda \rangle \cos \psi_1 + C_{m\eta} \frac{\langle m_{\beta\beta} \rangle}{m_e} \langle \eta \rangle \cos \psi_2 \right. \\ &\quad \left. + C_{\lambda\lambda} \langle \lambda \rangle^2 + C_{\eta\eta} \langle \eta \rangle^2 + C_{\eta\lambda} \langle \lambda \rangle \langle \eta \rangle \cos(\psi_1 - \psi_2) \right\}, \end{aligned} \quad (4.75)$$

onde as fases relativas⁵ à violação CP são dadas por

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \arg \left[\left(\sum_i U_{ei}^2 m_i \right) \left(\sum_i U_{ei} T_{ei}^* \right)^* \right] \\ \psi_2 &= \arg \left[\left(\sum_i U_{ei}^2 m_i \right) \left(\sum_i U_{ei} T_{ei}^* \right)^* \right]\end{aligned}\quad (4.76)$$

sendo conservado se $\psi_{1,2} \in [0, \pi]$. Os coeficientes C_I ($I = mm, m\lambda, m\eta, \lambda\lambda, \eta\eta$ e $\lambda\eta$) resultam das combinações dos NME e os fatores no espaço de fase G_{0k} ($k = 1, \dots, 11$):

$$\begin{aligned}C_{mm} &= (1 - \chi_F + \chi_T)^2 G_{01}, \\ C_{m\lambda} &= -(1 - \chi_F + \chi_T) [\chi_{2-} G_{03} - \chi_{1+} G_{04}], \\ C_{m\eta} &= (1 - \chi_F + \chi_T) [\chi_{2+} G_{03} - \chi_{1-} G_{04} - \chi_P G_{05} + \chi_R G_{06}], \\ C_{\lambda\lambda} &= \chi_{2-}^2 G_{02} + \frac{1}{9} \chi_{1+}^2 G_{011} - \frac{2}{9} \chi_{1+} \chi_{2-} G_{010}, \\ C_{\eta\eta} &= \chi_{2+}^2 G_{02} + \frac{1}{9} \chi_{1-}^2 G_{011} - \frac{2}{9} \chi_{1-} \chi_{2+} G_{010} + \chi_P^2 G_{08} - \chi_P \chi_R G_{07} + \chi_R^2 G_{09}, \\ C_{\lambda\eta} &= -2 \left[\chi_{2-} \chi_{2+} G_{02} - \frac{1}{9} (\chi_{1+} \chi_{2+} + \chi_{2-} \chi_{1-}) G_{010} + \frac{1}{9} \chi_{1+} \chi_{1-} G_{011} \right].\end{aligned}\quad (4.77)$$

Aqui os coeficientes contêm as razões dos elementos de matriz χ_I definidas como

$$\chi_I = M_I / M_{GT}, \quad (4.78)$$

onde $I = F, T, \omega F, \omega GT, \omega T, qF, qGT, qT, R$, e P e M_{GT} é o elemento de matriz de Gamow-Teller definido de modo análogo à Eq. (4.38). As combinações $\chi_{1\pm}$ e $\chi_{2\pm}$ são dadas por

$$\chi_{1\pm} = \chi_{qGT} - 6\chi_{qT} \pm 3\chi_{qF}, \quad \chi_{2\pm} = \chi_{\omega GT} + \chi_{\omega T} \pm \chi_{\omega F} - \frac{1}{9}\chi_{1\mp}. \quad (4.79)$$

4.4 Limites experimentais na meia-vida do decaimento $0\nu\beta\beta$

Para derivar as restrições nos parâmetros do MSLR através da Eq. (4.75), precisamos os NME e os fatores no espaço de fase, bem como os limites experimentais na meia-vida do decaimento $0\nu\beta\beta$. Esta seção será focada nos esforços experimentais das diferentes colaborações que estão na procura do processo, fazendo uma breve descrição dos experimentos e os diferentes cenários considerados no nosso caso de estudo com seus respectivos limites.

4.4.1 Aspectos relevantes

A observação do decaimento $0\nu\beta\beta$ representa um enorme desafio experimental devido às dificuldades para detectar eficientemente um sinal do mesmo. Em geral, os

⁵ As fases foram definidas com $(g'_V/g_V) \simeq 1$ em relação às que foram apresentadas em [13].

experimentos na procura do processo estão focados em medir os parâmetros cinemáticos dos dois elétrons emitidos, entre eles, a soma das energias cinéticas dos elétrons que corresponde ao valor $Q_{\beta\beta}$ [62]. Assim, os eventos do decaimento $0\nu\beta\beta$ serão distribuídos em uma faixa de energia em torno desse valor, localizado à direita do espectro do decaimento $2\nu\beta\beta$, conforme mostra a Fig. 4.4. Portanto, o sinal esperado do decaimento provém de um pico de energia perto do valor $Q_{\beta\beta}$ do processo e estará contido na chamada “região de interesse” (ROI, pela sigla em inglês), cuja largura dependerá da resolução do detector. O número de eventos N esperados no ROI é [29]:

$$N = \ln 2 \frac{N_A}{W} \left(\frac{a\varepsilon Mt}{T_{1/2}^{0\nu}} \right) \quad (4.80)$$

onde N_A é o número de Avogadro, W é a massa molar da fonte, a é a abundância isotópica do isótopo pai, ε é a eficiência na detecção do sinal no ROI e t é o tempo de medição. No entanto, existem outros eventos diferentes que também depositam energia no ROI associados principalmente aos produtos das cadeias de decaimento do ^{232}Th e o ^{238}U , produzindo assim um ruído de fundo nessa região. Outra das principais e inevitáveis fontes de ruído de fundo é dada pelos elétrons emitidos no decaimento $2\nu\beta\beta$, os quais podem ser dificilmente distinguíveis daqueles do decaimento $0\nu\beta\beta$.

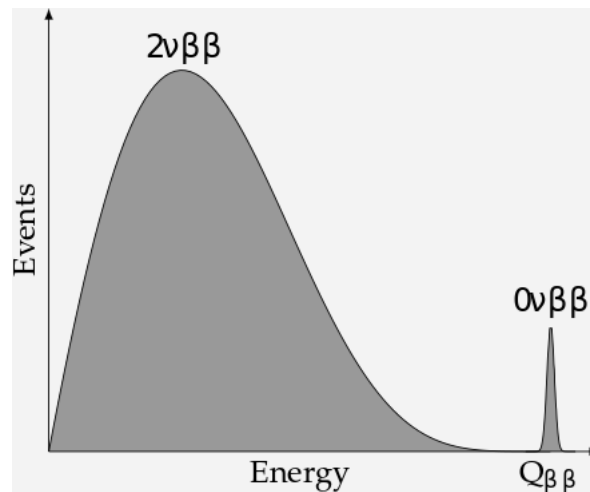


Figura 4.4 – Representação do espectro de energia para os decaimentos $2\nu\beta\beta$ e $0\nu\beta\beta$.
Fonte: Tomada de [11].

Os detectores são operados usualmente em sítios subterrâneos a fim de ter uma cobertura natural para atenuar o ruído de fundo que geram os múons produzidos nos raios cósmicos. Além disso, a radioatividade do entorno e os nêutrons (produzidos pelo urânio e o tório) são mitigados com alguns materiais usados como blindagens, por exemplo, Pb, água e argônio. Dada a natureza do processo, também é necessária a implementação de materiais ultrapuros, grandes massas como fonte no detector, alto enriquecimento dos isótopos e uma alta eficiência na detecção. Com esse intuito, diferentes técnicas experimentais têm sido propostas e desenvolvidas para detectar o sinal e discrimina-lo do

ruído de fundo. A fim de comparar essas técnicas e os diferentes experimentos construídos e planejados até então, é comumente usada a sensibilidade para a meia-vida $T_{1/2}^{0\nu}$:

$$T_{1/2}^{0\nu} \propto \begin{cases} aM\varepsilon t & \text{sem ruído de fundo,} \\ a\varepsilon\sqrt{\frac{Mt}{B\Delta E}} & \text{com alto ruído de fundo,} \end{cases} \quad (4.81)$$

onde ΔE é a resolução de energia do detector e B é o índice de ruído de fundo em unidades $(\text{keV kg anos})^{-1}$. Idealmente, o isótopo adequado para o decaimento $0\nu\beta\beta$ corresponde àquele que possa gerar uma alta resolução de energia nos detectores e um índice baixo de ruído de fundo. No entanto, só algumas dessas condições são cumpridas por um pequeno grupo de isótopos, entre os quais estão o ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe , que combinados com uma tecnologia apropriada no detector, otimizarão a procura por esse raro processo.

4.4.2 Experimentos e limites na meia-vida

A continuação serão brevemente descritos alguns dos experimentos atuais e futuros que estão focados no decaimento $0\nu\beta\beta$ para os isótopos considerados nesta dissertação:

i. ^{76}Ge :

- GERDA (GERmanium Detector Array): Localizado no Laboratorio Nazionali del Gran Sasso (LNGS) na Itália. Os diodos usados nos detectores estão imersos em argônio líquido e são enriquecidos ao 87% em ^{76}Ge . Os resultados da fase I do experimento, ajudaram a refutar a possível evidencia do decaimento $0\nu\beta\beta$ no ^{76}Ge nos experimentos IGEX e Heidelberg-Moscow. Na fase II, foi incrementada a massa do detector e foi reduzido o índice de ruído na região de sinal. A análise combinada junto com a fase I, conseguiu um limite de meia-vida de 1.8×10^{26} anos (com 90% NC), coincidindo com a sensibilidade.
- LEGEND (Large Enriched Germanium Experiment for Neutrinoless double-beta Decay): A colaboração está projetada para ser um experimento na escala de toneladas, sendo o sucessor dos experimentos GERDA e MAJORANA. O novo experimento também será enriquecido ao 87% em ^{76}Ge e começará com uma primeira etapa de 200 kg de massa isotópica, LEGEND-200, aumentando a sensibilidade para $T_{1/2}^{0\nu} \sim 10^{27}$ anos [63]. Subsequentemente, o objetivo é alcançar uma sensibilidade de aproximadamente 10^{28} anos, escalando a massa do detector para 1000 kg no LEGEND-1000.

ii. ^{130}Te :

- CUORE (Cryogenic Underground Observatory for Rare Events): Assim como GERDA, o experimento também está localizado no LNGS, aproveitando as instalações do experimento Cuoricino. Neste caso, são usados 742 g de cristais

absorvedores de TeO_2 , dispostos em uma série de 988 bolômetros. A combinação dos resultados conseguidos pelos experimentos antecessores Cuorocino e CUORE-0, alcançou um limite de $T_{1/2}^{0\nu} > 1.5 \times 10^{25}$ anos (com 90% NC). Atualmente, os novos resultados do experimento sugerem um limite inferior para a meia-vida de 3.2×10^{25} anos (com 90% NC) com uma sensibilidade média de 1.7×10^{25} anos [64]. A sensibilidade projetada é 9×10^{25} anos após cinco anos de tomada de dados.

- CUPID (CUORE Upgrade with Particle IDentification): É uma colaboração que está explorando o desenvolvimento de um discriminador de partículas com o propósito de melhorar o ruído de fundo presente no CUORE. O experimento também usará bolômetros de TeO_2 enriquecidos em ^{130}Te , estendendo ainda mais o alcance desse futuro experimento em comparação com o CUORE. Espera-se que o detector alcance uma sensibilidade de $T_{1/2}^{0\nu} \sim 10^{27}$ anos [65].

iii. ^{136}Xe :

- KamLAND-Zen (Kamioka Liquid scintillator AntiNeutrino Detector-Zero neutrino): As instalações do experimento KamLAND usado inicialmente para detecção de neutrinos, foram voltadas para a procura do decaimento $0\nu\beta\beta$ usando ^{136}Xe enriquecido ao 90%. A primeira fase tinha 320 kg de Xe enriquecido, cuja sensibilidade foi melhorada na fase II com 380 kg por uma subsequente purificação para reduzir a contaminação do decaimento β do ^{110m}Ag . O limite inferior alcançado para a meia vida por essas duas fases foi de 1.07×10^{26} anos (com 90% NC) com uma sensibilidade média de 5.6×10^{25} anos [66]. A nova fase do experimento está atualmente coletando dados no KamLAND-Zen 800 com 750 kg de massa isotópica. Espera-se que a colaboração possa aumentar a escala do experimento no KamLAND2-Zen, melhorando assim a sensibilidade até $\sim 2 \times 10^{27}$ anos.
- nEXO (next-generation Enriched Xenon Observatory): O projeto é baseado na experiência e no sucesso do experimento EXO-200, será uma atualização dele e está planejado também para ser um detector na escala de toneladas. O experimento inicialmente está planejado para ter 5000 kg de xenônio enriquecido ao 90% ^{136}Xe . A sensibilidade do detector será aproximadamente de 10^{28} anos com um potencial de descoberta 3σ de 5.7×10^{27} anos [9].

Os limites dos experimentos estão distribuídos de acordo com quatro cenários apresentados na Tabela 4.1. O cenário 1 corresponde ao limite da meia-vida obtido a partir dos eventos encontrados no ROI e baseado na estimativa de quanto ruído de fundo pode ficar nessa região que está procurando sinal através de simulação. O cenário 2 refere-se à sensibilidade média estimada que corresponde à meia-vida que pode ser alcançada

pelo detector, representando assim o potencial dele. O cenário 3 seria o equivalente ao cenário 2 para os experimentos que ainda estão sendo planejados para os próximos anos, permitindo assim comparar os limites atuais e futuros. O cenário 4 está relacionado ao potencial de descoberta dos detectores na escala de toneladas e representa a chance de medir um sinal do decaimento $0\nu\beta\beta$ com significância igual a 3σ .

Tabela 4.1 – Limites experimentais na meia-vida $T_{1/2}^{0\nu}$. Cenários: (1) Melhores valores de limite de dados, (2) Melhores valores de sensibilidade mediana, (3) Sensibilidade alcançada e (4) Potencial de descoberta com 3σ .

Cenário	^{76}Ge	^{130}Te	^{136}Xe
Limites Atuais			
1	$> 1.8 \times 10^{26}$	$> 3.2 \times 10^{25}$	$> 1.07 \times 10^{26}$
2	$> 1.8 \times 10^{26}$	$> 1.7 \times 10^{25}$	$> 5.6 \times 10^{25}$
Experimento	GERDA	CUORE	KamLAND-Zen
Referência	[67]	[64]	[66]
Limites Futuros			
3	$> 1 \times 10^{28}$	$> 1.5 \times 10^{27}$	$> 9.2 \times 10^{27}$
4	$(4.67 \pm 1.54) \times 10^{27}$	$(1.1 \pm 0.37) \times 10^{27}$	$(5.7 \pm 1.88) \times 10^{27}$
Experimento	LEGEND 1000	CUPID	nEXO
Referência	[63]	[65]	[9]

4.5 Restrições nos parâmetros do MSLR

As contribuições da meia-vida para o decaimento $0\nu\beta\beta$ dadas na Eq. (4.75) estão associadas com os diferentes produtos dos parâmetros de violação do número leptônico $\langle m_{\beta\beta} \rangle$, $\langle \lambda \rangle$ e $\langle \eta \rangle$, cujos valores são desconhecidos. Essas contribuições também dependem dos valores dos coeficientes C_I ($I = mm, m\lambda, m\eta, \lambda\lambda, \eta\eta$ e $\lambda\eta$) que são calculados com a Eq. (4.77).

Os limites experimentais na meia-vida da Tabela 4.1 são usados para restringir a massa efetiva de Majorana $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ e as constantes de acoplamento efetivas das correntes de mão direita $\langle \lambda \rangle$ e $\langle \eta \rangle$ com a Eq. (4.75). Também foram necessários os NME da Tabela 1 na referencia [12] e os PSF da Tabela III na referencia [13]. Aqui foi omitida a contribuição χ_T da mesma forma que em [13], dado que não afeta significativamente os limites em $\langle \lambda \rangle$ e $\langle \eta \rangle$, tal como foi apontado em [12].

Os resultados são obtidos assumindo conservação CP, ou seja, $\psi_1 = \psi_2 = 0$ e são apresentados na Tabela 4.2, indicando os limites para cada uma das contribuições $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ ($\langle \eta \rangle = \langle \lambda \rangle = 0$), $\langle \eta \rangle$ ($\langle m_{\beta\beta} \rangle = \langle \lambda \rangle = 0$) e $\langle \lambda \rangle$ ($\langle m_{\beta\beta} \rangle = \langle \eta \rangle = 0$). A magnitude desses limites no cenário 1 para ^{76}Ge e ^{136}Xe são similares aos resultados apresentados em [13], no entanto, diferem deles por conta dos limites experimentais que foram considerados quando no momento da publicação: $T_{1/2}^{0\nu} > 3.01 \times 10^{25}$ anos para o decaimento $0\nu\beta\beta$ do

^{76}Ge e $T_{1/2}^{0\nu} > 3.41 \times 10^{25}$ anos para o ^{136}Xe . Além disso, dado que foi corrigido o valor $G_{02} = 7.354 \times 10^{-14}$ para o ^{136}Xe dado em [13]⁶, então o mecanismo $\langle\lambda\rangle$ para esse isótopo é modificado de acordo com a Fig. 4.5.

Tabela 4.2 – Limites na massa efetiva $\langle m_{\beta\beta}\rangle$ e nos parâmetros $\langle\eta\rangle$ e $\langle\lambda\rangle$ impostos pelas restrições experimentais na meia-vida $T_{1/2}^{0\nu}$ nos cenários 2 e 3. Os resultados dos limites foram derivados usando os valores dos NME a partir do método QRPA [12] e os PSF tipo D em [13].

Cenário	Mecanismos	^{76}Ge	^{130}Te	^{136}Xe
Limites Atuais				
2	$\langle m_{\beta\beta}\rangle$ [eV]	0.114	0.186	0.222
	$10^9\langle\eta\rangle$	1.146	1.775	1.650
	$10^7\langle\lambda\rangle$	2.069	2.615	2.340
Limites Futuros				
3	$\langle m_{\beta\beta}\rangle$ [eV]	0.015	0.020	0.017
	$10^9\langle\eta\rangle$	0.154	0.189	0.129
	$10^7\langle\lambda\rangle$	0.278	0.278	0.183

Evidentemente, os limites esperados para os diferentes mecanismos com os experimentos futuros são reduzidos em comparação com os limites atingidos hoje. Em particular, pode-se encontrar na Tabela 4.2 que os parâmetros no cenário 3 em relação ao cenário 2 são nove vezes menor para o caso do ^{130}Te , treze vezes menor para o ^{136}Xe e um pouco mais de sete vezes menor no caso do ^{76}Ge .

As Figs. 4.5 e 4.6 mostram as regiões permitidas para $\langle m_{\beta\beta}\rangle$ e $\langle\lambda\rangle$ ($\langle\eta\rangle$) para $\langle\eta\rangle = 0$ ($\langle\lambda\rangle = 0$) nos diferentes cenários considerados aqui. Os resultados são apresentados usando o método QRPA para os NME e a descrição tipo D das funções de onda dos elétrons para os PSF [13]. Na Fig. 4.5 encontra-se que as regiões permitidas com as sensibilidades atuais dos experimentos são relativamente iguais para o ^{130}Te e ^{136}Xe em ambos mecanismos. Em especial, a região mais restritiva no espaço de parâmetros para $\langle m_{\beta\beta}\rangle$, $\langle\lambda\rangle$ e $\langle\eta\rangle$, é dada pelo ^{76}Ge com os limites impostos recentemente pelo experimento GERDA.

Dado que os experimentos futuros fornecerão uma sensibilidade maior, então as regiões permitidas são ainda mais restritivas (veja a Fig. 4.6), em especial, para ^{76}Ge e ^{136}Xe . Consequentemente, os limites para a massa efetiva vinda do mecanismo estandar, atingirão o limite inferior $\langle m_{\beta\beta}\rangle > 0.018$ eV para o OI, conforme mostra a Tabela 4.2. A Fig. 4.6 também ilustra cómo seriam as regiões permitidas dos mecanismos $\langle\lambda\rangle$ e $\langle\eta\rangle$ no caso em que o decaimento $0\nu\beta\beta$ fosse observado pelos futuros experimentos no cenário 4. Por último, também consegue-se restringir significativamente o espaço de parâmetros permitido do MSLR com as expressões na Eq. (4.72) e a Tabela 4.2, de forma similar à análise feita em [13]. Por exemplo, assumindo o limite superior experimental para o

⁶ Conforme foi indicado por um dos autores do artigo.

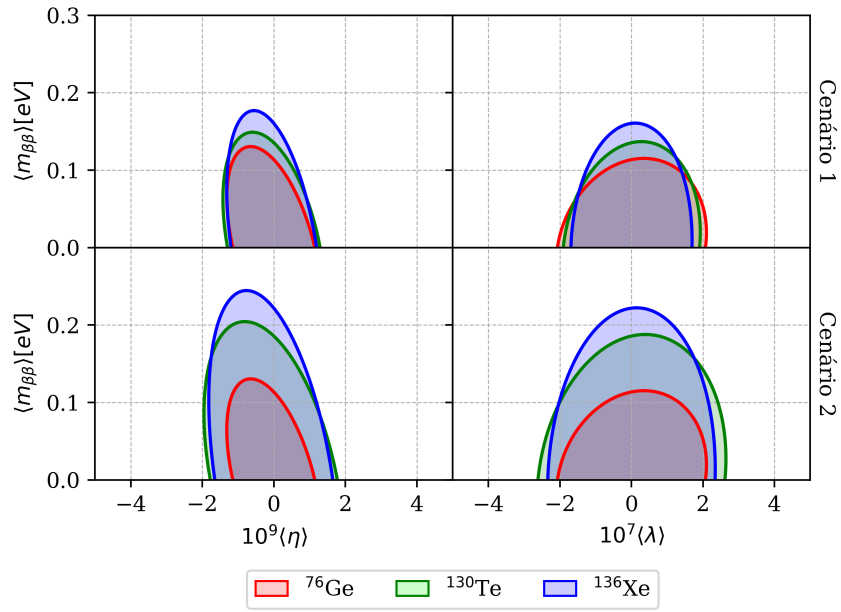


Figura 4.5 – Limites dos experimentos atuais na massa efetiva do neutrino $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ e os parâmetros da mão direita η (painel esquerdo, $\langle \lambda \rangle = 0$) e λ (painel direito, $\langle \eta \rangle = 0$) envolvido nas restrições do decaimento $0\nu\beta\beta$ do ${}^{76}\text{Ge}$, ${}^{130}\text{Te}$ e ${}^{136}\text{Xe}$. Os resultados dos limites foram derivados usando os valores dos NME a partir do método QRPA [12] e os PSF tipo D em [13]. As elipses mostram as regiões permitidas.

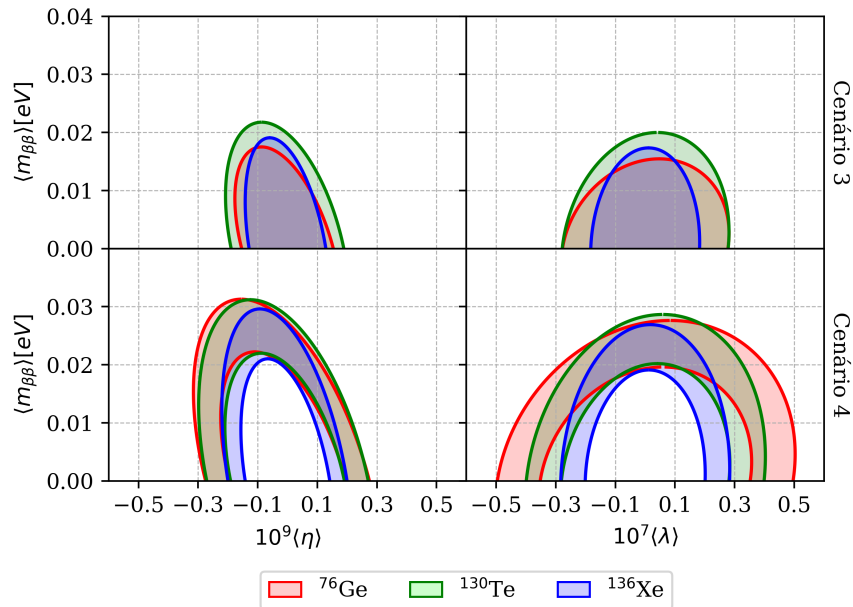


Figura 4.6 – Limites dos experimentos futuros na massa efetiva do neutrino $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ e os parâmetros da mão direita η (painel esquerdo, $\langle \lambda \rangle = 0$) e λ (painel direito, $\langle \eta \rangle = 0$) envolvido nas restrições do decaimento $0\nu\beta\beta$ do ${}^{76}\text{Ge}$, ${}^{130}\text{Te}$ e ${}^{136}\text{Xe}$. Os resultados dos limites foram derivados usando os valores dos NME a partir do método QRPA [12] e os PSF tipo D em [13]. As elipses mostram as regiões permitidas.

ângulo de mistura dos bósons vetoriais de mão esquerda e direita como $\zeta < 0.013$ e considerando o limite atual $\langle\eta\rangle \leq 1.146 \times 10^{-9}$ para o ^{76}Ge , obtemos $\theta = 6.15 \times 10^{-6}$. Se considerarmos o limite para a massa do bóson de mão direita sendo $M_{W_2} = 2.9 \text{ TeV}$ e $\langle\lambda\rangle \leq 2.069 \times 10^{-7}$ para o ^{76}Ge , então $\theta = 3.28 \times 10^{-4}$. A partir do limite mais restritivo dado por $\langle\eta\rangle$ obtemos $M_R/\text{TeV} = 162.6 M_D/\text{MeV}$, tendo em conta que a escala do setor direito no MSLR é considerado usualmente da ordem de TeV.

5 Conclusões e perspectivas

Nesta dissertação temos estudado inicialmente no Capítulo 2 as bases teóricas para entender o decaimento $0\nu\beta\beta$, bem como as possíveis implicações dos limites da meia-vida desse processo para a escala absoluta das massas dos neutrinos e a natureza deles através da complementariedade com outros observáveis. Também discutimos como a observação desse processo indicaria evidentemente física além do MP, possibilitando novas contribuições, além do mecanismo estandard, provenientes de modelos estendidos que apresentem violação do número leptônico.

Percebemos que uma dessas teorias que gera contribuições adicionais ao processo é o MSLR. Assim, no Capítulo 3 analisamos esse modelo estendendo o setor eletrofraco da estrutura de gauge do MP. Vimos que a teoria, além de restaurar a paridade a altas energias, também fornece um maior número de partículas como consequência dessa extensão. Entre as novas partículas temos novos bósons de gauge similares aos já existentes no MP (W_L), mas de quiralidade direita (W_R) e com uma massa maior. Além disso, vimos que, nesse modelo, o mecanismo “seesaw” aparece com a introdução dos tripletos de Higgs, permitindo gerar massas de Majorana para os neutrinos. Também discutimos as novas interações produto do conteúdo de partículas da teoria, de modo que as correntes carregadas leptônicas de mão direita surgem naturalmente no MSLR. Dentro desse contexto, encontramos que as novas contribuições para o decaimento dependem da troca dos neutrinos leves e pesados e da mistura das correntes de interação mediadas pelos bósons de gauge W_L e W_R . Também vimos que aparecem contribuições dependentes do momento que envolvem elétrons no estado final com helicidades opostas, caracterizadas pelos mecanismos λ e η .

Vimos que esse modelo prevê todos os elementos necessários para analisar as contribuições no decaimento $0\nu\beta\beta$ e calculamos algumas restrições impostas pelos limites experimentais na meia-vida do processo no Capítulo 4. No caso da troca de neutrinos leves nas contribuições do MSLR, a meia-vida é comumente expressada como a soma dos produtos dos NME, os fatores no espaço de fase e os parâmetros que caracterizam os diferentes mecanismos. Com a combinação desses produtos, conseguimos restringir os parâmetros fundamentais como a massa efetiva $\langle m_{\beta\beta} \rangle$ e aqueles associados com a introdução das correntes de mão direita $\langle \lambda \rangle$ e $\langle \eta \rangle$, considerando quatro cenários dados pelas sensibilidades dos experimentos atuais e futuros no decaimento $0\nu\beta\beta$ do ^{76}Ge , ^{130}Te e ^{136}Xe .

As regiões permitidas indicam uma relativa competitividade entre os três isotopos considerados neste trabalho, sendo mais restritiva para o caso do ^{130}Te pelos resultados

do experimento CUORE que tem sido reportados este ano. Também validamos os limites na mistura dos neutrinos leves e massivos θ dadas pelos mecanismos $\langle\lambda\rangle$ e $\langle\eta\rangle$. Por outro lado, vimos que os cenários para os experimentos futuros darão informação relevante para confrontar o tipo de ordenamento das massas dos neutrinos, já que cobrirão a região do OI. Em especial, espera-se que os experimentos LEGEND 1000 e nEXO, propostos para ^{76}Ge e ^{136}Xe , alcancem uma sensibilidade na massa efetiva de $\langle m_{\beta\beta}\rangle \lesssim 0.015$ eV e $\langle m_{\beta\beta}\rangle \lesssim 0.017$ eV. Esses limites vincularam ainda mais a região no espaço de parâmetros para os mecanismos $\langle\lambda\rangle$ e $\langle\eta\rangle$.

Algumas perspectivas para trabalhos futuros seriam, por exemplo, explorar as restrições aos diferentes mecanismos, analisando isótopos que possuam outros modos de decaimento, tais como $0\nu\beta^+EC$ e $0\nu ECEC$ [68]. Uma vez que alguns experimentos de matéria escura são voltados para a procura do decaimento $0\nu\beta\beta$ e comumente esses experimentos não precisam passar por um processo de enriquecimento, aproveitando assim as concentrações em outros isótopos que possuam modos de decaimento diferentes [27]. Desse modo, pode-se analisar o potencial de futuros experimentos estudando diferentes proporções nas concentrações desses isótopos.

Outra possível pesquisa seria estudar a fenomenologia do decaimento $0\nu\beta\beta$ no contexto de outros modelos de física de partículas como por exemplo o modelo 3-3-1 [69]. Uma outra possibilidade seria contemplar as restrições nos parâmetros de mistura dos neutrinos leves e pesados desses modelos e outros parâmetros relevantes com os vínculos experimentais dos diferentes isótopos [32]. Também daria para fazer uma análise das distribuições angulares e de energia, as quais dariam informação acerca de qual o mecanismo relevante para o processo [70]. Finalmente poderia-se indagar a complementaridade com outros processos que violam o número leptônico estudando a correlação entre esses observáveis.

Resumindo, o MSLR oferece possibilidades interessantes em torno do decaimento $0\nu\beta\beta$ a serem analisadas com diferentes abordagens e, em geral, as perspectivas no estudo do processo são promissoras do ponto de vista tanto teórico quanto experimental.

Referências

- 1 ELLIS, C. D.; WOOSTER, W. A. The average energy of disintegration of radium E. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, The Royal Society London, v. 117, n. 776, p. 109–123, 1927. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 21.
- 2 GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 23.
- 3 ANTONIO, F. et al. Física nuclear de partículas. *Universidad de Valencia*, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 28.
- 4 GIULIANI, A.; POVES, A. Neutrinoless double-beta decay. *Advances in High Energy Physics*, Hindawi, v. 2012, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 11, 18, 30 e 31.
- 5 MANDL, F.; SHAW, G. *Quantum field theory*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 11, 33 e 62.
- 6 MOHAPATRA, R. N.; PAL, P. B. *Massive neutrinos in physics and astrophysics*. [S.l.]: World scientific, 2004. v. 72. Citado 5 vezes nas páginas 11, 13, 38, 45 e 46.
- 7 RODEJOHANN, W. Neutrino-less double beta decay and particle physics. *International Journal of Modern Physics E*, World Scientific, v. 20, n. 09, p. 1833–1930, 2011. Citado 5 vezes nas páginas 11, 17, 38, 39 e 42.
- 8 PÄS, H.; RODEJOHANN, W. Neutrinoless double beta decay. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 17, n. 11, p. 115010, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 11, 18 e 41.
- 9 ALBERT, J. et al. Sensitivity and discovery potential of the proposed nEXO experiment to neutrinoless double- β decay. *Physical Review C*, APS, v. 97, n. 6, p. 065503, 2018. Citado 6 vezes nas páginas 11, 13, 35, 41, 78 e 79.
- 10 BARRY, J.; RODEJOHANN, W. Lepton number and flavour violation in TeV-scale left-right symmetric theories with large left-right mixing. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2013, n. 9, p. 153, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 12, 18, 69, 70, 72 e 73.
- 11 University of Zurich.
<https://www.physik.uzh.ch/en/groups/audis/Research/GERDA.html>.
2020. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 76.
- 12 MUTO, K.; BENDER, E.; KLAPDOR, H. Nuclear structure effects on the neutrinoless double beta decay. *Zeitschrift für Physik A Atomic Nuclei*, Springer, v. 334, n. 2, p. 187–194, 1989. Citado 5 vezes nas páginas 12, 13, 79, 80 e 81.
- 13 ŠTEFÁNIK, D. et al. Reexamining the light neutrino exchange mechanism of the $0\nu\beta\beta$ decay with left- and right-handed leptonic and hadronic currents. *Physical Review C*, APS, v. 92, n. 5, p. 055502, 2015. Citado 10 vezes nas páginas 12, 13, 19, 34, 73, 74, 75, 79, 80 e 81.

- 14 MAALAMPI, J.; SUHONEN, J. Neutrinoless double β . *Advances in High Energy Physics*, Hindawi, v. 2013, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 94.
- 15 ROMAO, J. C. Particle Physics. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 103.
- 16 BERTULANI, C. A. *Física Nuclear*. 2011. Citado 3 vezes nas páginas 13, 28 e 101.
- 17 ESTEBAN, I. et al. Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: Synergies and tensions in the determination of θ_{23} , δ CP, and the mass ordering. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2019, n. 1, p. 1–35, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 110.
- 18 GLASHOW, S. L. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear physics*, Elsevier, v. 22, n. 4, p. 579–588, 1961. Citado na página 17.
- 19 WEINBERG, S. A model of leptons. *Physical review letters*, APS, v. 19, n. 21, p. 1264, 1967. Citado na página 17.
- 20 SALAM, A. Nobel symposium no. 8. ed. N. Svartholm. *Almqvist and Wiksell, Stockholm*, p. 367, 1968. Citado na página 17.
- 21 BILENKY, S.; GIUNTI, C. Neutrinoless double-beta decay: a probe of physics beyond the standard model. *International Journal of Modern Physics A*, World Scientific, v. 30, n. 04n05, p. 1530001, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 61.
- 22 BILENKY, S. *Introduction to the physics of massive and mixed neutrinos*. [S.l.]: Springer, 2018. v. 947. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 61.
- 23 HENNING, R. Current status of neutrinoless double-beta decay searches. *Reviews in Physics*, Elsevier, v. 1, p. 29–35, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 18.
- 24 GIUNTI, C.; KIM, C. W. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*. [S.l.]: Oxford university press, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 17, 35 e 107.
- 25 WILLENBROCK, S. Symmetries of the standard model. World Scientific, p. 3–38, 2006. Citado na página 17.
- 26 HIRSCH, M.; KLAPDOR-KLEINGROTHAUS, H.; PANELLA, O. Double beta decay in left-right symmetric models. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 374, n. 1-3, p. 7–12, 1996. Citado na página 18.
- 27 BARROS, N.; THURN, J.; ZUBER, K. Double beta decay searches of ^{134}Xe , ^{126}Xe and ^{124}Xe with large scale Xe detectors. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 41, n. 11, p. 115105, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 18, 32 e 84.
- 28 SAAKYAN, R. Two-neutrino double-beta decay. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 63, p. 503–529, 2013. Citado na página 18.
- 29 DOLINSKI, M. J.; POON, A. W.; RODEJOHANN, W. Neutrinoless double-beta decay: status and prospects. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, v. 69, p. 219–251, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 18, 19 e 76.

- 30 PEDRETTI, M. et al. Cuore Experiment: The search for neutrinoless double beta decay. *International Journal of Modern Physics A*, World Scientific, v. 23, n. 21, p. 3395–3398, 2008. Citado na página 19.
- 31 GRATTA, G.; SINCLAIR, D. Present status and future perspectives for the EXO-200 experiment. *Advances in High Energy Physics*, Hindawi, v. 2013, 2013. Citado na página 19.
- 32 DEV, P. B.; GOSWAMI, S.; MITRA, M. TeV-scale left-right symmetry and large mixing effects in neutrinoless double beta decay. *Physical Review D*, APS, v. 91, n. 11, p. 113004, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 84.
- 33 AGOSTINI, M.; BENATO, G.; DETWILER, J. A. Discovery probability of next-generation neutrinoless double- β decay experiments. *Physical Review D*, APS, v. 96, n. 5, p. 053001, 2017. Citado na página 19.
- 34 KELLY, K. J. et al. Neutrino mass ordering in light of recent data. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, v. 103, p. 013004, Jan 2021. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.103.013004>>. Citado na página 19.
- 35 DAS, A.; FERBEL, T. *Introduction to nuclear and particle physics*. [S.l.]: World Scientific, 2003. Citado na página 21.
- 36 BROWN, L. M. The idea of the neutrino. *Physics Today*, v. 31, n. 9, p. 23, 1978. Citado na página 21.
- 37 RAMOND, P. Neutrinos and particle physics models. *arXiv preprint arXiv:1902.01741*, 2019. Citado na página 22.
- 38 COWAN, C. et al. McGuire, and AD, Detection of the free neutrino: a confirmation., *Science*, v. 124, n. 3212, p. 103–104, 1956. Citado na página 22.
- 39 GAMOW, G.; TELLER, E. Selection Rules for the β -Disintegration. *Physical Review*, APS, v. 49, n. 12, p. 895, 1936. Citado na página 26.
- 40 WU, C.-S. et al. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical review*, APS, v. 105, n. 4, p. 1413, 1957. Citado na página 26.
- 41 GOEPPERT-MAYER, M. Double Beta-Disintegration. *Phys. Rev.*, American Physical Society, v. 48, p. 512–516, Sep 1935. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.48.512>>. Citado na página 32.
- 42 ELLIOTT, S.; HAHN, A.; MOE, M. Direct evidence for two-neutrino double-beta decay in ^{82}Se . *Physical Review Letters*, APS, v. 59, n. 18, p. 2020, 1987. Citado na página 33.
- 43 TOMODA, T. Double beta decay. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 54, n. 1, p. 53, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 67.
- 44 BARABASH, A. Review of double beta decay experiments. p. 295–299, 2015. Citado na página 33.
- 45 BAREA, J.; KOTILA, J.; IACHELLO, F. $0\nu\beta\beta$ and $2\nu\beta\beta$ nuclear matrix elements in the interacting boson model with isospin restoration. *Physical Review C*, APS, v. 91, n. 3, p. 034304, 2015. Citado na página 33.

- 46 KOTILA, J.; IACHELLO, F. Phase-space factors for double- β decay. *Physical Review C*, APS, v. 85, n. 3, p. 034316, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- 47 MAJORANA, E. Teoria simmetrica dellelettrone e del positrone. *Il Nuovo Cimento (1924-1942)*, Springer, v. 14, n. 4, p. 171, 1937. Citado na página 33.
- 48 FURRY, W. H. On transition probabilities in double beta-disintegration. *Physical Review*, APS, v. 56, n. 12, p. 1184, 1939. Citado na página 34.
- 49 BAREA, J.; KOTILA, J.; IACHELLO, F. Nuclear matrix elements for double- β decay. *Physical Review C*, APS, v. 87, n. 1, p. 014315, 2013. Citado na página 34.
- 50 PERES, O. L. G.; PLEITEZ, V. Fenomenologia de neutrinos massivos. tese de doutoramento ift-t. 004/95. 1995. Citado na página 37.
- 51 GROUP, P. D. et al. Review of particle physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, Oxford University Press, v. 2020, n. 8, p. 083C01, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.
- 52 LEE, T.-D.; YANG, C.-N. Question of parity conservation in weak interactions. *Physical Review*, APS, v. 104, n. 1, p. 254, 1956. Citado na página 43.
- 53 MOHAPATRA, R. N.; PATI, J. C. Left-right gauge symmetry and an "isoconjugate" model of CP violation. *Physical Review D*, APS, v. 11, n. 3, p. 566, 1975. Citado na página 43.
- 54 MOHAPATRA, R. N.; PATI, J. C. "natural" left-right symmetry. *Physical Review D*, APS, v. 11, n. 9, p. 2558, 1975. Citado na página 43.
- 55 SENJANOVIC, G.; MOHAPATRA, R. N. Exact left-right symmetry and spontaneous violation of parity. *Physical Review D*, APS, v. 12, n. 5, p. 1502, 1975. Citado na página 43.
- 56 PATI, J. C.; SALAM, A. Erratum: Lepton number as the fourth "color". *Physical Review D*, APS, v. 11, n. 3, p. 703, 1975. Citado na página 43.
- 57 DESHPANDE, N. et al. Left-right-symmetric electroweak models with triplet Higgs field. *Physical Review D*, APS, v. 44, n. 3, p. 837, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 95.
- 58 ZHANG, Y. et al. General CP violation in minimal left-right symmetric model and constraints on the right-handed scale. *Nuclear physics B*, Elsevier, v. 802, n. 1-2, p. 247–279, 2008. Citado na página 48.
- 59 DUKA, P.; GLUZA, J.; ZRALEK, M. Quantization and renormalization of the manifest left-right symmetric model of electroweak interactions. *Annals of Physics*, Elsevier, v. 280, n. 2, p. 336–408, 2000. Citado na página 48.
- 60 KOTANI, T.; TAKASUGI, E. et al. Double beta decay and Majorana neutrino. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, Narnia, v. 83, p. 1–175, 1985. Citado 2 vezes nas páginas 73 e 74.
- 61 SUHONEN, J.; CIVITARESE, O. Weak-interaction and nuclear-structure aspects of nuclear double beta decay. *Physics Reports*, Elsevier, v. 300, n. 3-4, p. 123–214, 1998. Citado na página 73.

- 62 GÓMEZ-CADENAS, J.; MARTÍN-ALBO, J. Phenomenology of neutrinoless double beta decay. *arXiv preprint arXiv:1502.00581*, 2015. Citado na página 76.
- 63 ABGRALL, N. et al. The large enriched germanium experiment for neutrinoless double beta decay (LEGEND). In: AIP PUBLISHING LLC. *AIP Conference Proceedings*. [S.l.], 2017. v. 1894, n. 1, p. 020027. Citado 2 vezes nas páginas 77 e 79.
- 64 ADAMS, D. et al. Improved Limit on Neutrinoless Double-Beta Decay in ^{130}Te with CUORE. *Physical Review Letters*, APS, v. 124, n. 12, p. 122501, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 79.
- 65 O'DONNELL, T. *CUORE Results and the CUPID Project*. 2020. Palestra online conferida no evento Neutrino2020. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 79.
- 66 GANDO, A. et al. Search for majorana neutrinos near the inverted mass hierarchy region with KamLAND-Zen. *Physical review letters*, APS, v. 117, n. 8, p. 082503, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 79.
- 67 AGOSTINI, M. et al. Final results of gerda on the search for neutrinoless double- β decay. *Physical Review Letters*, APS, v. 125, n. 25, p. 252502, 2020. Citado na página 79.
- 68 HIRSCH, M. et al. Nuclear structure calculation of $\beta^+\beta^+$, β^+/EC and EC/EC decay matrix elements. *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei*, Springer, v. 347, n. 3, p. 151–160, 1994. Citado na página 84.
- 69 BORAH, D.; PATRA, S. Universal seesaw and $0\nu\beta\beta$ in new 3331 left-right symmetric model. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 771, p. 318–326, 2017. Citado na página 84.
- 70 HOROI, M.; NEACSU, A. Analysis of mechanisms that could contribute to neutrinoless double-beta decay. *Physical Review D*, APS, v. 93, n. 11, p. 113014, 2016. Citado na página 84.

Apêndices

APÊNDICE A – Decaimento duplo beta

A.1 Parábolas de massa

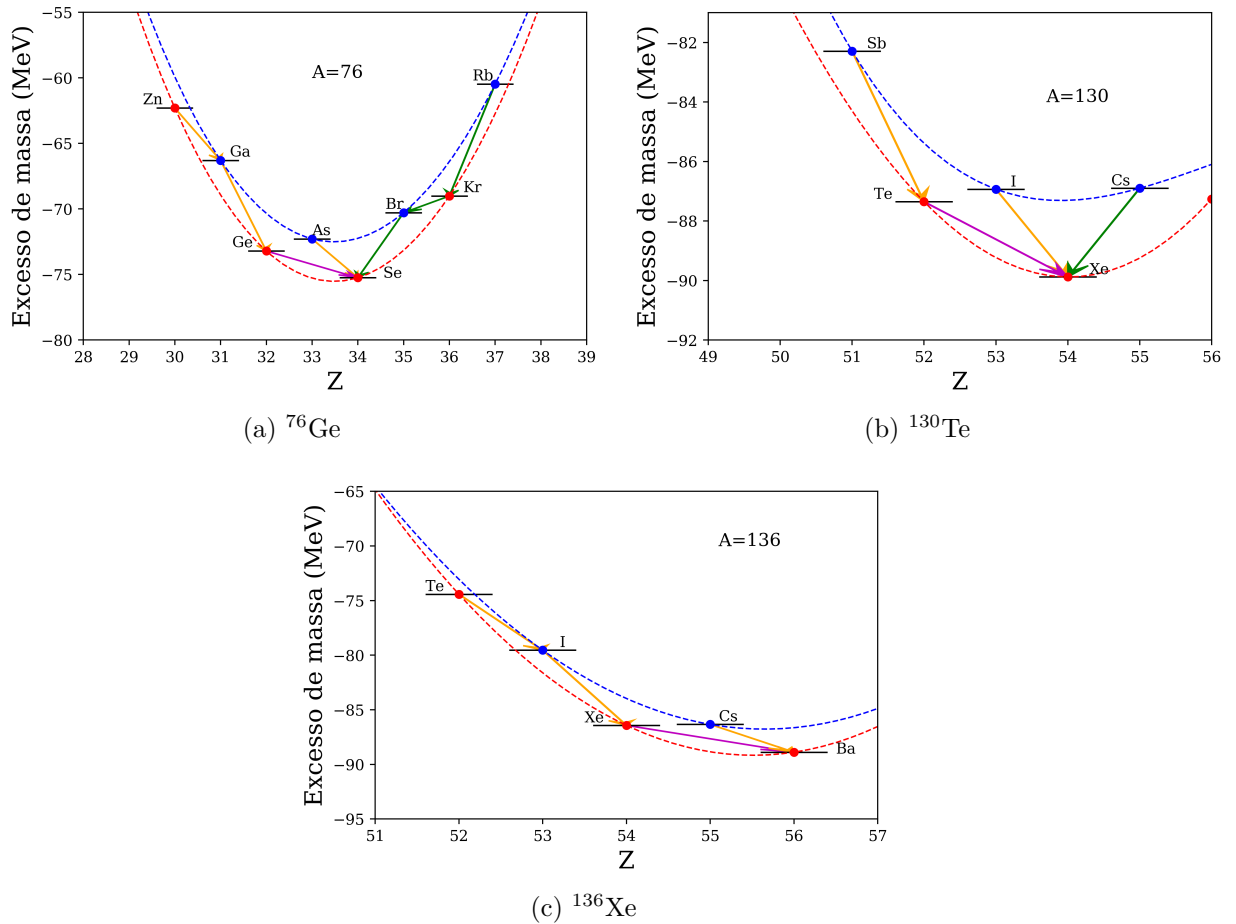


Figura A.1 – Parábolas de massa para os grupos de isóbaros dos isótopos analisados neste trabalho. O decaimento duplo beta permitido é representado pela seta roxa.

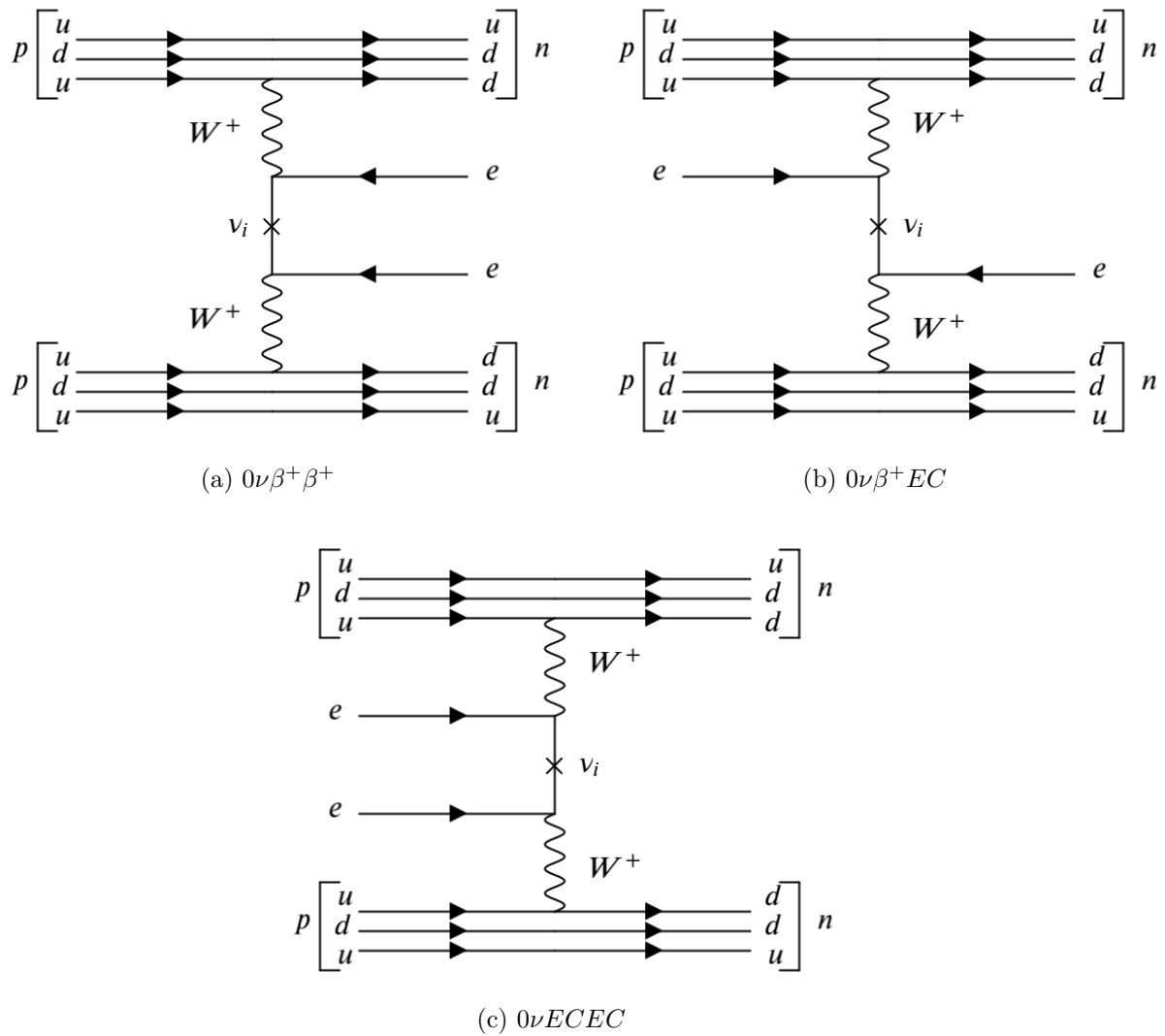
A.2 Diagramas de Feynman para os modos de decaimento $0\nu\beta\beta$ 

Figura A.2 – Diagramas de Feynman para as variantes do duplo decaimento beta mediado por neutrinos de Majorana ν_i . Fonte: Adaptada de [14].

APÊNDICE B – Matrizes de mistura dos campos escalares

Os elementos das matrizes de massas para as componentes dos campos escalares serão apresentados no decorrer deste apêndice. Em total serão quatro matrizes de massa para os campos escalares, as quais correspondem a: componentes reais dos campos neutros ($0r$), componentes imaginárias dos campos neutros ($0i$), campos carregados (\pm) e campos duplamente carregados ($\pm\pm$). Os resultados para o potencial escalar são apresentados de forma geral em [57] e foram reproduzidos aqui, porém, convém definir as matrizes de massa considerando as condições de mínimo, ou seja, tendo em conta os parâmetros das Eqs. (3.26) e (3.27) e lembrando que a última condição impõe $\beta_{1,2,3} = 0$ e $v_L = 0$. Além disso, denotaremos as matrizes de massa na base não física como M_j^2 com $j = 0r, 0i, \pm, \pm\pm$ e na base física como \widehat{M}_j^2 .

Para o caso dos elementos da matriz de massa para as componentes reais dos campos neutros M_{0r}^2 na base $(\phi_1^{0r}, \phi_2^{0r}, \delta_R^{0r}, \delta_L^{0r})$, temos:

$$\begin{aligned}
M_{11}^{0r} &= 2\lambda_1 k^2 + 2k'^2(2\lambda_2 + \lambda_3) + (1/2k_-^2)[8\lambda_4(k^3 k' - k k'^3) + \alpha_3 k'^2 v_R^2], \\
M_{12}^{0r} &= M_{21}^{0r} = 2\lambda_4 k_+^2 + (1/2k_-^2)[4(k^3 k' - k k'^3)(\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_3) - \alpha_3 k k' v_R^2], \\
M_{13}^{0r} &= M_{31}^{0r} = v_R(\alpha_1 k + 2\alpha_2 k'), \\
M_{14}^{0r} &= M_{41}^{0r} = M_{24}^{0r} = M_{42}^{0r} = M_{34}^{0r} = M_{43}^{0r} = 0, \\
M_{22}^{0r} &= 2\lambda_1 k'^2 + 2k^2(2\lambda_2 + \lambda_3) + (1/2k_-^2)[8\lambda_4(k^3 k' - k k'^3) + \alpha_3 k^2 v_R^2], \\
M_{23}^{0r} &= M_{32}^{0r} = v_R[2\alpha_2 k + k'(\alpha_1 + \alpha_3)], \\
M_{33}^{0r} &= 2\rho_1 v_R^2, \\
M_{44}^{0r} &= \frac{v_R^2}{2}(\rho_3 - 2\rho_1).
\end{aligned} \tag{B.1}$$

No caso dos elementos da matriz de massa para as componentes imaginárias dos campos neutros M_{0i}^2 na base $(\phi_1^{0i}, \phi_2^{0i}, \delta_R^{0i}, \delta_L^{0i})$, resulta:

$$\begin{aligned}
M_{11}^{0i} &= 2(\lambda_3 - 2\lambda_2)k'^2 + (\alpha_3 k'^2 v_R^2 / 2k_-^2), \\
M_{12}^{0i} &= M_{21}^{0i} = 2(\lambda_3 - 2\lambda_2)k k' + (\alpha_3 k k' v_R^2 / 2k_-^2), \\
M_{22}^{0i} &= 2(\lambda_3 - 2\lambda_2)k^2 + (\alpha_3 k^2 v_R^2 / 2k_-^2), \\
M_{13}^{0i} &= M_{31}^{0i} = M_{23}^{0i} = M_{32}^{0i} = M_{14}^{0i} = M_{41}^{0i} = M_{24}^{0i} = M_{42}^{0i} = M_{33}^{0i} = 0, \\
M_{44}^{0i} &= \frac{v_R^2}{2}(\rho_3 - 2\rho_1).
\end{aligned} \tag{B.2}$$

A matriz para os campos carregados na base $(\phi_1^+, \phi_2^+, \delta_R^+, \delta_L^+)$ é dada por

$$M_{\pm}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha_3 k_-^2 v_R^2}{2k_-^2} & \frac{\alpha_3 k k' v_R^2}{2k_-^2} & \frac{\sqrt{2}\alpha_3 k v_R}{4} & 0 \\ \frac{\alpha_3 k k' v_R^2}{2k_-^2} & \frac{\alpha_3 k'^2 v_R^2}{2k_-^2} & \frac{\sqrt{2}\alpha_3 k' v_R}{4} & 0 \\ \frac{\alpha_3 k'^2 v_R^2}{2k_-^2} & \frac{\sqrt{2}\alpha_3 k v_R}{4} & \frac{\alpha_3 k_-^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha_3 k_-^2}{4} + \frac{v_R^2}{2}, (\rho_3 - 2\rho_1) \end{pmatrix}, \quad (\text{B.3})$$

e a matriz para os campos duplamente carregados na base $(\delta_R^{++}, \delta_L^{++})$ será,

$$M_{\pm\pm}^2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha_3 k_-^2 + 4\rho_2 v_R^2 & 0 \\ 0 & \alpha_3 k_-^2 + v_R^2 (\rho_3 - 2\rho_1) \end{pmatrix} = \widehat{M}_{++}^2. \quad (\text{B.4})$$

Com este último resultado podemos deduzir que os campos duplamente carregados estão na base física $(\delta_1^{++}, \delta_2^{++})$. Entretanto, as matrizes de massa dos outros campos precisam ser diagonalizadas e como produto dessa transformação encontramos as matrizes de massa na base física. Assim, para o caso das componentes reais dos campos neutros temos que os elementos da matriz de massa $\widehat{M}_{0r}^2 = R M_{0r}^2 R^T$ na base $(H_0^0, H_1^0, H_2^0, H_3^0) = (\phi_-^{0r}, \phi_+^{0r}, \delta_R^{0r}, \delta_L^{0r})$ são

$$\begin{aligned} \widehat{M}_{11}^{0r} &= 2\lambda_1 k_+^2 + 8k^2 k'^2 (2\lambda_2 + \lambda_3) + 8k k' \lambda_4, \\ \widehat{M}_{12}^{0r} &= \widehat{M}_{21}^{0r} = 4k k' k_-^2 (2\lambda_2 + \lambda_3) / k_+^2 + 2\lambda_4 k_-^2, \\ \widehat{M}_{13}^{0r} &= \widehat{M}_{31}^{0r} = \alpha_1 v_R k_+ + k' v_R (4\alpha_2 k + \alpha_3 k') / k_+, \\ \widehat{M}_{22}^{0r} &= (4\lambda_2 + 2\lambda_3) k_-^4 / k_+^2 + \alpha_3 v_R^2 k_+^2 / (2k_-^2), \\ \widehat{M}_{23}^{0r} &= \widehat{M}_{32}^{0r} = v_R (2\alpha_2 k_-^2 + \alpha_3 k k') / k_+, \\ \widehat{M}_{14}^{0r} &= \widehat{M}_{41}^{0r} = \widehat{M}_{24}^{0r} = \widehat{M}_{42}^{0r} = \widehat{M}_{34}^{0r} = \widehat{M}_{43}^{0r} = 0, \\ \widehat{M}_{33}^{0r} &= 2\rho_1 v_R^2, \\ \widehat{M}_{44}^{0r} &= \frac{v_R^2}{2} (\rho_3 - 2\rho_1). \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

A rotação na matriz de massa das componentes imaginárias dos campos neutros difere do caso real, de forma que $\widehat{M}_{0i}^2 = R^T M_{0i}^2 R$ na base $(A_0^0, A_1^0, A_2^0, A_3^0) = (\phi_-^{0i}, \phi_+^{0i}, \delta_R^{0r}, \delta_L^{0r})$. Assim, a matriz na forma diagonal será

$$\widehat{M}_{0i}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2(\lambda_3 - 2\lambda_2) k_+^2 + \frac{\alpha_3 v_R^2 k_+^2}{2k_-^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{v_R^2}{2} (\rho_3 - 2\rho_1) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.6})$$

Finalmente, a matriz de massa dos campos carregados $\widehat{M}_{\pm}^2 = R M_{\pm}^2 R^T$ na base que tem sido redefinida como

$$(H_0^+, H_1^+, H_2^+, H_3^+) = ([k\phi_1^+ + k'\phi_2^+] / k_+, [k\phi_2^+ - k'\phi_1^+] / k_+, \delta_R^+, \delta_L^+),$$

fica da forma,

$$\widehat{M}_{\pm}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\alpha_3 k_+^2 v_R^2}{2k_-^2} & 0 & \frac{\sqrt{2}\alpha_3 k_+ v_R}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}\alpha_3 k_+ v_R}{4} & 0 & \frac{\alpha_3 k_-^2}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\alpha_3 k_-^2}{4} + \frac{v_R^2}{2}, (\rho_3 - 2\rho_1) \end{pmatrix}. \quad (\text{B.7})$$

Anexos

ANEXO A – Regra de Ouro de Fermi

Um sistema quântico instável é descrito pela adição de uma perturbação ao hamiltoniano que descreve um estado estacionário com energia bem determinada. Como resultado dessa adição é possível uma transição desse estado de energia bem definida para um nível de energia mais baixa do mesmo núcleo ou de outro [16]. Assim, o hamiltoniano H do estado nuclear instável é dado por:

$$H = H_0 + H', \quad (\text{A.1})$$

onde H_0 é o hamiltoniano não perturbado responsável pelos estados estacionários nucleares e H' é uma pequena perturbação dependente do tempo. Neste caso, o hamiltoniano H_0 satisfaz a equação de Schrödinger independente do tempo representada pela seguinte equação de auto-valores:

$$H_0|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle, \quad (\text{A.2})$$

sendo $|\psi_n\rangle = |\psi_n(\vec{r})\rangle$ os auto-estados do operador H_0 . A dependência temporal do hamiltoniano H leva em consideração a forma geral da equação de Schrödinger dependente do tempo:

$$H|\Psi\rangle = i\hbar\frac{\partial|\Psi\rangle}{\partial t}. \quad (\text{A.3})$$

De forma geral, a função de onda $|\Psi\rangle = |\Psi(\vec{r}, t)\rangle$ pode ser expandida como:

$$|\Psi\rangle = \sum_n a_n(t)|\psi_n\rangle e^{-iE_n t/\hbar}. \quad (\text{A.4})$$

Substituindo as Eqs. (A.1) e (A.4) na Eq. (A.3) e tendo em conta a Eq. (A.2) pode-se obter a seguinte expressão:

$$i\hbar \sum_n \dot{a}_n(t)|\psi_n\rangle e^{-iE_n t/\hbar} = \sum_n a_n(t)H'|\psi_n\rangle e^{-iE_n t/\hbar}. \quad (\text{A.5})$$

Multiplicando à esquerda do resultado anterior por $\langle\psi_k|$ e aproveitando que os auto-estados $|\psi_n\rangle$ são ortonormalizados, isto é, $\langle\psi_k|\psi_n\rangle = \delta_{kn}$, obtemos:

$$\dot{a}_k(t) = -\frac{i}{\hbar} \sum_n a_n(t)H'_{kn} e^{i(E_k - E_n)/\hbar}, \quad (\text{A.6})$$

com o elemento de matriz H'_{kn} definido por

$$H'_{kn} = \langle\psi_k|H'|\psi_n\rangle. \quad (\text{A.7})$$

Cabe destacar que $a_k^* a_k$ mede a probabilidade de encontrarmos o sistema no estado k . Também é importante ressaltar que se a perturbação H' é muito pequena consequentemente o elemento de matriz H'_{kn} é desprezível. Deste modo, a Eq. (A.6) fica reduzida

à expressão $\dot{a}_k(t) = 0$ e portanto, todos os coeficientes a_k serão constantes. Para resolver estes coeficientes fazemos uma aproximação na qual os valores iniciais de a_k do lado direito da Eq. (A.6) sejam por exemplo:

$$\begin{cases} a_m(0) = 1 \\ a_n(0) = 0, \quad \text{se } m \neq n. \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Aqui, estamos supondo que em um tempo $t = 0$, as condições iniciais fornecem uma probabilidade total ao coeficiente a_m e uma probabilidade nula para os demais. Isto significa que o sistema começará com um só estado inicial ψ_m (estado m) e com o tempo irá evoluindo para diferentes estados ψ_k (estados k). Desta maneira, uma solução aproximada para cada um dos coeficientes a_k será:

$$a_k = -\frac{i}{\hbar} \int_0^T H'_{km} e^{i(E_k - E_m)t/\hbar} dt, \quad (\text{A.9})$$

sendo valido só se seus valores são pequenos devido ao suposto da Eq. (A.8). Este resultado também é conhecido por teoria de perturbação de primeira ordem. Finalmente, resolvendo a integral na Eq. (A.9) pode-se obter

$$a_k = \frac{H'_{km}(1 - e^{i(E_k - E_m)T/\hbar})}{E_k - E_m}. \quad (\text{A.10})$$

Daí resulta a quantidade $|a_k|^2$ que caracteriza a probabilidade de acontecer uma transição do estado inicial m para o estado k como foi mencionado anteriormente:

$$|a_k|^2 = 4|H'_{km}|^2 \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{E_k - E_m}{2\hbar} \right) T \right]}{(E_k - E_m)^2}. \quad (\text{A.11})$$

Sabendo que a constante de desintegração λ é definida como a probabilidade por unidade de tempo da ocorrência de uma transição entre estados quânticos, então o valor $|a_k|^2$ dividido pelo intervalo T deve medir a constante de desintegração λ_k relativa ao estado k . A soma sobre todo o conjunto discreto de estados em torno do estado com energia E_k , determinará a constante de desintegração total λ :

$$\lambda = \sum_{k \neq m} \lambda_k = \frac{\sum |a_k|^2}{T}. \quad (\text{A.12})$$

Considerando que há um grande número de estados k acessíveis ao sistema e definindo $\rho(E)$ como a densidade de estados finais disponíveis em torno da energia E_k , é possível substituir o somatório na Eq. (A.12) por uma integral:

$$\lambda = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} |a_k|^2 \rho(E_k) dE_k = \frac{4}{T} \int_{-\infty}^{+\infty} |H'_{km}|^2 \frac{\sin^2 \left[\left(\frac{E_k - E_m}{2\hbar} \right) T \right]}{(E_k - E_m)^2} \rho(E_k) dE_k. \quad (\text{A.13})$$

Conforme a Fig. A.1, a função $\text{sinc}^2(x) = \sin^2(x)/x^2$ só tem uma amplitude significativa em $x = 0$. Neste caso, se supusermos que H'_{km} e $\rho(E_k)$ não variem significativamente

dentro de um pequeno intervalo de energia E_k próximo à E_m (isto é, próximo a origem), então essas duas quantidades podem sair da integral na Eq. (A.13). Fazendo a mudança de variável $x = (E_k - E_m)T/2\hbar$ na integral e resolvendo, consegue-se a expressão final

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |H'_{km}|^2 \rho(E_k). \quad (\text{A.14})$$

Esta equação é comumente conhecida como *Regra de Ouro de Fermi* e determina que a probabilidade de ocorrência para uma transição de um estado inicial m para um estado final k é proporcional ao quadrado do elemento matricial do termo de interação no hamiltoniano que acopla os dois estados.

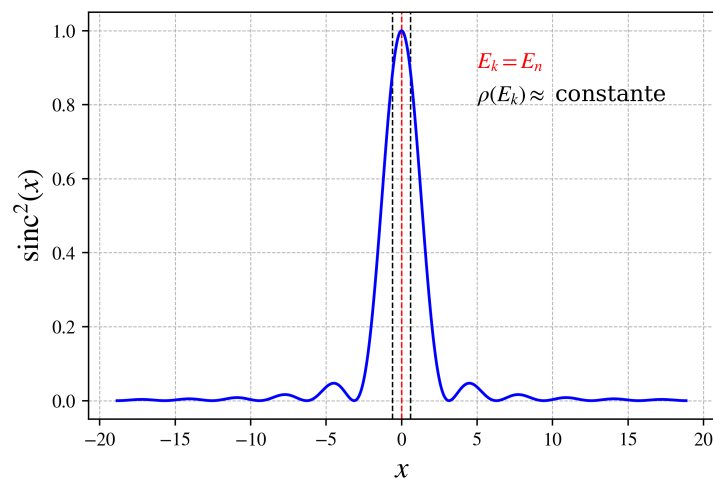


Figura A.1 – Função $\text{sinc}^2(x)$. Fonte: Adaptada de [15].

ANEXO B – Mistura de neutrinos

Considerando o termo de massa de Majorana para três gerações de neutrinos da seguinte forma:

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} \nu_L'^T C^\dagger M^L \nu_L' + \text{h.c.} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta=e, \mu, \tau} \nu_{\alpha L}'^T C^\dagger M_{\alpha\beta}^L \nu_{\beta L}' + \text{h.c.}, \quad (\text{B.1})$$

onde C é a matriz de conjugação de carga, M^L é uma matriz simétrica complexa e ν_L são os campos de sabor¹ dos neutrinos-left definidos como

$$\nu_L' \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL}' \\ \nu_{\mu L}' \\ \nu_{\tau L}' \end{pmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

Para conseguir as massas dos neutrinos é necessário fazer uma diagonalização no termo de massa na Eq. (B.1), redefinindo os campos de sabor como combinações lineares dos campos físicos:

$$\nu_L' = V_L^\nu n_L \quad \text{com} \quad n_L = \begin{pmatrix} \nu_{1L} \\ \nu_{2L} \\ \nu_{3L} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Desta forma, podemos escrever a Eq. (B.1) na forma diagonal

$$\mathcal{L}^M = \frac{1}{2} n_L^T C^\dagger M n_L + \text{h.c.} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 m_k \nu_{kL}^T C^\dagger \nu_{kL} + \text{h.c.}, \quad (\text{B.4})$$

ou também consegue-se escrever de forma equivalente

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \overline{n_L^C} M n_L + \text{h.c.} = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 m_k \overline{\nu_{kL}^C} \nu_{kL} + \text{h.c.}, \quad (\text{B.5})$$

onde $n_L^C = C \gamma^0 n_L^*$ com $C^\dagger = C^{-1} = C^T = -C$ e $M = (V_L^\nu)^T M^L V_L^\nu$. Aplicando na Eq. (B.5) uma transformação global de gauge $U(1)$ do tipo

$$\nu_{kL} \rightarrow e^{i\psi_k} \nu_{kL} \quad (k = 1, 2, 3). \quad (\text{B.6})$$

Consegue-se mostrar que o termo de massa de Majorana não é invariante pela transformação mencionada dado que

$$\mathcal{L}^M \rightarrow \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 e^{2i\psi_k} m_k \overline{\nu_{kL}^C} \nu_{kL} + \text{h.c.} \quad (\text{B.7})$$

Como consequência disso, o número de parâmetros físicos na matriz de mistura para neutrinos de Majorana mudará em comparação com a já bem conhecida matriz de mistura para neutrinos de Dirac tal como será descrito a continuação.

¹ Convencionalmente os campos de sabor são denotados com uma linha no superíndice

B.1 Parâmetros físicos da matriz de mistura

Os efeitos físicos da matriz de mistura realmente acontecem na corrente carregada fraca no MP. Para o caso dos léptons, esta corrente pode ser definida como

$$(j_{W,L}^\rho)^\dagger = 2\bar{l}'_L \gamma^\rho \nu'_L. \quad (\text{B.8})$$

Reescrevendo esta expressão em termos dos campos físicos através da transformação de base para os léptons $l'_L = V_L^l l_L$ e para os neutrinos dada pela Eq. (B.3)

$$(j_{W,L}^\rho)^\dagger = 2\bar{l}_L \gamma^\rho U n_L = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{k=1}^3 \bar{l}_{\alpha L} \gamma^\rho U_{\alpha k} \nu_{kL}, \quad (\text{B.9})$$

com a matriz de mistura unitária

$$U = V_L^{l\dagger} V_L^\nu. \quad (\text{B.10})$$

Em geral, uma matriz unitária de dimensão $N \times N$ tem em total N^2 parâmetros reais independentes divididos da seguinte forma

$$N^2 \rightarrow \begin{cases} \text{Ângulos de mistura:} & \frac{N(N-1)}{2}, \\ \text{Fases:} & \frac{N(N+1)}{2}. \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

Para o caso de $N = 3$, temos três ângulos de mistura e seis fases. Porém, não todas as fases são observáveis físicos já que algumas poderão ser eliminadas através de transformações de fase ao deixar invariante o Lagrangiano. No caso dos léptons carregados, Essas transformações não têm problema algum, mas o termo de massa de Majorana para os neutrinos como foi mostrado na Eq. (B.7) não é mais invariante. Desse modo, podemos aplicar a transformação de fase só para os léptons carregados na Eq. (B.9)

$$(j_{W,L}^\rho)^\dagger = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{k=1}^3 \bar{l}_{\alpha L} e^{-i\psi_\alpha} \gamma^\rho U_{\alpha k} \nu_{kL}, \quad (\text{B.12})$$

a qual pode ser escrita como

$$(j_{W,L}^\rho)^\dagger = 2 \underbrace{e^{-i\psi_e}}_1 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \sum_{k=1}^3 \bar{l}_{\alpha L} \gamma^\rho \underbrace{e^{-i(\psi_\alpha - \psi_e)}}_{N-1=2} U_{\alpha k} \nu_{kL}, \quad (\text{B.13})$$

onde foi indicado o número de fases independentes $1 + (N - 1) = N = 3$, as quais correspondem ao número de fases arbitrárias que podem ser escolhidas para ser eliminadas das seis fases iniciais. Levando isso em consideração e a Eq. (B.11), pode-se concluir que neste caso a matriz de mistura contém

$$\frac{N(N+1)}{2} - N = \frac{N(N-1)}{2} = 3 \rightarrow \text{fases físicas.}$$

Esta é a diferença com a matriz de mistura para neutrinos de Dirac, as fases físicas na matriz de mistura de Majorana são três ao invés de uma. Portanto, a unitariedade da matriz de mistura 3×3 para neutrinos de Majorana depende de três ângulos de mistura e três fases.

B.2 Parametrização da matriz de mistura

De forma geral, uma matriz unitária U de dimensão $N \times N$ é parametrizada da seguinte forma [24]

$$U = D(\omega) \left[\prod_{a < b} W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab}) \right] \quad (a, b = 1, \dots, N), \quad (\text{B.14})$$

onde os N^2 geradores dessas transformações unitárias são as matrizes A^{ab} com elementos

$$[A^{ab}]_{rs} = \delta_{ar}\delta_{bs}, \quad (\text{B.15})$$

e cumprem a propriedade

$$A^{ab}A^{cd} = A^{ad}\delta_{bc}. \quad (\text{B.16})$$

Os geradores vão permitir definir as matrizes $D(\omega)$ e $W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab})$, tal como será abordado a continuação:

- i. As matrizes $W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab})$ são unitárias com determinante igual a um e representa uma rotação complexa no plano $a - b$

$$W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab}) \equiv W^{ab}(\zeta_{ab}) = \exp(\zeta_{ab}A^{ab} - \zeta_{ab}^*A^{ba}) \quad \text{para } a \neq b, \quad (\text{B.17})$$

com $\zeta_{ab} = \theta_{ab}e^{i\eta_{ab}}$. Expandindo a expressão anterior em serie de Taylor temos

$$\begin{aligned} W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab}) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\zeta_{ab}A^{ab} - \zeta_{ab}^*A^{ba})^k}{k!} \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\zeta_{ab}A^{ab} - \zeta_{ab}^*A^{ba})^{2k}}{(2k)!} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\zeta_{ab}A^{ab} - \zeta_{ab}^*A^{ba})^{2k+1}}{(2k+1)!} \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Com as Eqs. (B.15) e (B.16) consegue-se mostrar que

$$(\zeta_{ab}A^{ab} - \zeta_{ab}^*A^{ba})^{2k} = (-1)^k \theta_{ab}^{2k} (A^{aa} + A^{bb}) \quad (\text{B.19})$$

$$(\zeta_{ab}A^{ab} - \zeta_{ab}^*A^{ba})^{2k+1} = (-1)^k \theta_{ab}^{2k+1} (e^{i\eta_{ab}} A^{ab} - e^{-i\eta_{ab}} A^{ba}). \quad (\text{B.20})$$

Substituindo na Eq. (B.18) obtemos

$$\begin{aligned} W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab}) &= 1 - (A^{aa} + A^{bb}) + (A^{aa} + A^{bb}) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \theta_{ab}^{2k}}{(2k)!} \\ &\quad + (e^{i\eta_{ab}} A^{ab} - e^{-i\eta_{ab}} A^{ba}) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \theta_{ab}^{2k+1}}{(2k+1)!}, \end{aligned}$$

tendo em conta que $(A^{aa} + A^{bb}) = 1$ de acordo com a Eq. (B.19) para $k = 0$. Finalmente, os elementos da matriz $W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab})$ são

$$[W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab})]_{rs} = \delta_{rs} + (\delta_{ar}\delta_{as} + \delta_{br}\delta_{bs})(c_{ab} - 1) + (e^{i\eta_{ab}} \delta_{ar}\delta_{bs} - e^{-i\eta_{ab}} \delta_{br}\delta_{as})s_{ab}, \quad (\text{B.21})$$

com $\cos \theta_{ab} = c_{ab}$ e $\sin \theta_{ab} = s_{ab}$. Por exemplo, para $N = 3$ podemos ter uma rotação complexa W^{12} no plano 1 – 2 (denotando um plano complexo $x - y$)

$$W^{12} = W^{12}(\theta_{12}, \eta_{12}) = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12}e^{i\eta_{12}} & 0 \\ -s_{12}e^{-i\eta_{12}} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.22})$$

Se $\eta_{ab} = 0$ então temos uma rotação real $W^{ab}(\theta_{ab}) \equiv R^{ab}(\theta_{ab})$, cujos elementos são

$$[R^{ab}(\theta_{ab})]_{rs} = \delta_{rs} + (\delta_{ar}\delta_{as} + \delta_{br}\delta_{bs})(c_{ab} - 1) + (\delta_{ar}\delta_{bs} - \delta_{br}\delta_{as})s_{ab} \quad (\text{B.23})$$

ii. As matrizes A^{ab} com $a = b$ geram matrizes unitárias diagonais que de forma arbitrária podem ser escritas como

$$D(\omega) = D(\omega_1, \dots, \omega_N) = \text{diag}(e^{i\omega_1}, \dots, e^{i\omega_N}) = \exp\left(i \sum_{a=1}^N \omega_a A^{aa}\right) \quad (\text{B.24})$$

onde ω é um conjunto de N fases $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_N)$.

Dadas as considerações anteriores, vamos parametrizar uma matriz unitária de dimensão $N = 3$. Lembrando a Eq. (B.14), a matriz U para este caso fica

$$U = D(\omega_1, \omega_2, \omega_3)W^{12}(\theta_{12}, \eta_{12})W^{13}(\theta_{13}, \eta_{13})W^{23}(\theta_{23}, \eta_{23}), \quad (\text{B.25})$$

aqui a ordem do produto das matrizes W^{ab} na Eq. (B.25) pode ser escolhida de maneira arbitrária. Neste exemplo, a contagem de parâmetros seria a seguinte

$$\begin{aligned} \text{\AA ngulos de mistura : } & \frac{N(N-1)}{2} \rightarrow \theta_{ab} : (\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}) \\ \text{Fases : } & \frac{N(N+1)}{2} \rightarrow \begin{cases} \frac{N(N-1)}{2}, & \eta_{ab} : (\eta_{12}, \eta_{13}, \eta_{23}), \\ N, & \omega_N : (\omega_1, \omega_2, \omega_3). \end{cases} \end{aligned}$$

Em total são N^2 parâmetros para uma matriz unitária $N \times N$, embora eles podem ser reduzidos pois não todos são fisicamente relevantes. Por este motivo, será introduzidos um conjunto de N fases arbitrárias $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_N)$ que podem ser escolhidas para extrair $N - 1$ das $N(N - 1)/2$ fases η_{ab} do produto $\prod_{a < b} W^{ab}$. Só $N - 1$ fases η_{ab} podem ser extraídas porque só existem $N - 1$ diferenças de fase $\varphi_a - \varphi_b$ independentes. Isso significa que o conjunto de fases arbitrárias $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ podem ser escolhidas para extrair dois das três fases η_{ab} . Por exemplo, é possível extrair η_{12} e η_{23} com a seguinte definição

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\eta_{12} \quad , \quad \varphi_2 - \varphi_3 = -\eta_{23}. \quad (\text{B.26})$$

Note que η_{13} não pode ser extraído porque a expressão anterior deixa $\varphi_1 - \varphi_3 = -\eta_{12} - \eta_{23}$. Assim, temos que o conjunto de fases ficam rescritas como

$$\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = (\varphi_2 - \eta_{12}, \varphi_2, \varphi_2 + \eta_{23}) \quad (\text{B.27})$$

Agora, podemos reescrever a matriz U na forma geral introduzindo as fases φ

$$U = D(\omega) \underbrace{D^\dagger(\varphi)D(\varphi)}_{\mathbf{1}} \left[\prod_{a<b} W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab}) \right] \underbrace{D^\dagger(\varphi)D(\varphi)}_{\mathbf{1}},$$

onde $D^\dagger(\varphi) = D^{-1}(\varphi) = D(-\varphi)$. Como resultado dessa adição podemos obter

$$U = D(\omega - \varphi) \left[\prod_{a<b} D(\varphi)W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab})D^\dagger(\varphi) \right] D(\varphi). \quad (\text{B.28})$$

Também consegue-se demonstrar que as matrizes $D(\varphi)$ e $W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab})$, satisfazem a seguinte identidade

$$D(\varphi)W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab})D^\dagger(\varphi) = W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab} + \varphi_a - \varphi_b). \quad (\text{B.29})$$

Usando esta identidade na Eq. (B.28) resulta

$$U = D(\omega - \varphi) \left[\prod_{a<b} W^{ab}(\theta_{ab}, \eta_{ab} + \varphi_a - \varphi_b) \right] D(\varphi). \quad (\text{B.30})$$

Desenvolvendo a expressão anterior para o caso de $N = 3$ e levando em consideração as fases da Eq. (B.27) teremos

$$U = D^L R^{12}(\theta_{12}) W^{13}(\theta_{13}, \delta_{13}) R^{23}(\theta_{23}) D^R, \quad (\text{B.31})$$

onde

$$\begin{aligned} \delta_{13} &= -\eta_{13} - \varphi_1 + \varphi_3 = -\eta_{13} + \eta_{12} + \eta_{23}, \\ D^E &\equiv \text{diag} \left(e^{i\omega_1}, e^{i(\omega_2 - \eta_{12})}, e^{i(\omega_3 - \eta_{23} - \eta_{12})} \right), \\ D^D &\equiv \text{diag} \left(1, e^{i\eta_{12}}, e^{i(\eta_{13} + \delta_{13})} \right). \end{aligned}$$

Aqui temos fatorado cinco fases fora do produto $R^{23}W^{13}R^{12}$: três fases ω_1 , $\omega - \eta_{12}$ e $\omega_3 - \eta_{12} - \eta_{23}$ na esquerda em D^E , e duas fases η_{12} e $\eta_{13} + \delta_{13}$ na direita em D^D . Voltando na corrente carregada da Eq. (B.12) e escrevendo na forma matricial fica

$$(j_L^\rho)^\dagger = 2\bar{l}_L \gamma^\rho D^L U n_L, \quad (\text{B.32})$$

sendo definida uma matriz diagonal que representa a transformação de fase associada a cada sabor leptônico

$$D^L = \text{diag} \left(e^{i\psi_e}, e^{i\psi_\mu}, e^{i\psi_\tau} \right). \quad (\text{B.33})$$

Usando a parametrização obtida na Eq. (B.31) na Eq. (B.32), resulta

$$(j_L^\mu)^\dagger = 2\bar{l}_L \gamma^\rho D^L D^E R^{23} W^{13} R^{12} D^D n_L. \quad (\text{B.34})$$

O produto $D^L D^E = 1$ quando fazemos uma redefinição das fases na Eq. (B.33) da forma:

$$\begin{aligned}\psi_e &= \omega_1, \\ \psi_\mu &= \omega_2 - \eta_{12}, \\ \psi_\tau &= \omega_3 - \eta_{12} - \eta_{23}.\end{aligned}$$

Finalmente, com essa escolha apropriada das fases a corrente carregada fica também invariante pela transformação de fase nos léptons carregados

$$(j_L^\mu)^\dagger = 2\bar{l}_L \gamma^\rho U n_L, \quad (\text{B.35})$$

com a matriz de mistura de neutrinos de Majorana definida da seguinte forma

$$U = U^{\text{Dirac}} P, \quad (\text{B.36})$$

onde $U^{\text{Dirac}} = R^{23} W^{13} R^{12}$ é a matriz de mistura de neutrinos de Dirac parametrizada da forma padrão. A matriz diagonal leva em consideração as duas fases de Majorana, $P \equiv D^D = \text{diag}(1, e^{i\alpha}, e^{i(\beta+\delta)})$ com $\alpha = \eta_{12}$ e $\beta = \eta_{13}$.

B.3 Parâmetros para oscilações de neutrinos

Parâmetro	Melhor ajuste $\pm 1\sigma$	3σ
Δm_{21}^2 [10^{-5}eV^2]	$7.39_{-0.2}^{+0.21}$	$6.79 - 8.01$
$ \Delta m_{31}^2 $ [10^{-3}eV^2]	$2.525_{-0.032}^{+0.033}$	$2.427 - 2.625$
	$(2.512_{-0.032}^{+0.034})$	$(2.611 - 2.412)$
$\sin^2 \theta_{12}$	$0.31_{-0.012}^{+0.013}$	$0.275 - 0.35$
$\sin^2 \theta_{23}$	$0.58_{-0.021}^{+0.017}$	$0.418 - 0.627$
	$(0.584_{-0.02}^{+0.016})$	$(0.423 - 0.629)$
$\sin^2 \theta_{13}$	$0.2241_{-0.00065}^{+0.00065}$	$0.02045 - 0.02439$
	$(0.2264_{-0.00066}^{+0.00066})$	$(0.02068 - 0.02463)$

Tabela B.1 – Valores atuais do ajuste global dos experimentos de oscilações de neutrinos. Os valores entre parênteses correspondem ao ordenamento invertido. Fonte: Tomada de [17].