



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Limitando a variação da constante de estrutura fina  
com dados cosmológicos**

**Leonardo Ribeiro Colaço**

CAMPINA GRANDE

- Agosto 2016 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Limitando a variação da constante de estrutura fina  
com dados cosmológicos**

**Leonardo Ribeiro Colaço**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Física.

Área de Concentração: Cosmologia.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda

CAMPINA GRANDE

- Agosto 2016 -

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL DA UFCG

C6831 Colaço, Leonardo Ribeiro.  
Limitando a variação da constante de estrutura fina com dados cosmológicos / Leonardo Ribeiro Colaço. – Campina Grande, 2016.  
86f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.  
"Orientação: Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda".  
Referências.

1. Cosmologia. 2. Cosmologia Observacional. 3. Efeito Sunyaev-Zel'dovich. 4. Aglomerado de Galáxias. I. Holanda, Rodrigo Fernandes Lira de. II. Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande (PB). III. Título.

CDU 524.8(043)

LIMITANDO A VARIÇÃO DA CONSTANTE DE ESTRUTURA  
FINA COM DADOS COSMOLÓGICOS

LEONARDO RIBEIRO COLAÇO

Aprovada em \_\_\_\_\_

BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Rodrigo Fernandes Lira de Holanda - UEPB/UFCG  
Orientador

---

Prof. Dr. Carlos Heitor Gomes Béssa - UFPB  
Examinador Externo

---

Prof. Dr. Joao Rafael Lucio dos Santos - UFCG  
Examinador Interno

*“Toda a ciência começa como filosofia e termina em arte.”*

Will Durant

# Agradecimentos

Em primeiro lugar, agradeço à toda minha família, em especial aos meus pais Leonardo Colaço e Elza Colaço por terem acreditado na minha capacidade, por toda paciência, carinho e incentivo para que eu pudesse permanecer firme e forte à concluir este sonho.

Gostaria de agradecer ao meu orientador/amigo Rodrigo F. L. de Holanda por tudo que obtive, aprendi e desenvolvi ao longo de quase 5 anos de trabalho, desde às iniciações científicas da graduação até a conclusão do mestrado. Excelente professor, orientador e amigo. Só tenho a agradecer a ele por tudo que aprendi durante este longo caminho. Muito obrigado.

Gostaria de agradecer a todos os meus amigos do Departamento de Física da UFCG, em especial Arthur Cavalcanti, Deusalete Vilar, Gilvan Bonfim, Gival Pordeus, Ildemar Barreto, João Gustavo, Simony Santos e Solomon Otoo Lomotey por todo incentivo, conselhos, ajuda nos momentos mais difíceis, nos trabalhos realizados, pelo apoio e companheirismo.

Gostaria de agradecer aos meus amigos Aurélia Lunguinho, Arthur Gomes, Djayr Bispo, Helton Gomes e Rayanna Francklim por todo apoio, companheirismo e incentivo ao longo desta incrível jornada.

Gostaria de agradecer aos excelentes professores do Departamento de Física da UFCG por todo conhecimento que obtive em suas disciplinas administradas. Grande satisfação em agradecer pelo excelente conhecimento passado.

Por fim, agradeço à CAPES pelo suporte financeiro.

*À minha família.*

# Lista de Figuras

2.1	Princípio da equivalência: não há experimento local em que o observador consiga discernir se o mesmo se encontra em um campo gravitacional ou se está sendo acelerado. Fonte: <a href="http://indiferentemente.blogspot.com.br/2010/02/poesia-da-relatividade.html">indiferentemente.blogspot.com.br/2010/02/poesia-da-relatividade.html</a> . . . . .	9
2.2	Espectro do aglomerado de galáxias BAS 11 em relação ao respectivo redshift, com velocidade 0.07 da velocidade da luz (fonte: <a href="http://stokes.byu.edu/teaching/resources/redshift.jpg">stokes.byu.edu/teaching/resources/redshift.jpg</a> ). . . . .	10
2.3	Uma relação entre a distância e velocidade radial de nebulosas extragalácticas. Proc. da Academia Nacional de Ciências, 1929, 168173. . . . .	11
2.4	A lei de Hubble com as velocidades de diferentes observadores relativos a um mesmo observador A. . . . .	12
2.5	Hipersuperfícies bidimensionais fornecendo uma analogia para superfícies tridimensionais para os casos $k = +1$ , $k = 0$ e $k = -1$ . Note que a soma dos ângulos internos não é necessariamente igual a 180 graus. . . . .	12
2.6	Evolução do quadrado do parâmetro de Hubble em relação às componentes do fluido cosmológico. Nota-se que cada componente domina uma época após a outra. . . . .	16
2.7	Evolução do fator de escala para cada modelo cosmológico de Friedmann-Lamaître em função do tempo. Para um espaço plano, fechado e hiperbólico. . . . .	17
3.1	Formação e evolução das galáxias (Pearson Education, publishing as Addison Wesley, 2004). . . . .	27
3.2	Imagem em longa exposição do céu pelo Telescópio Espacial Hubble (Fonte: <a href="http://HUBBLESITE.org">HUBBLESITE.org</a> ). . . . .	28



3.3	Emissão em rádio da galáxia elíptica NGC 7720 no aglomerado de Abell 2634. Os tons em azul com curvas de nível representam a emissão em rádio devido ao movimento da galáxia em relação ao MIA. . . . .	29
3.4	Imagem em raios-X do aglomerado Coma. <a href="http://chandra.harvard.edu/photo2002">chandra.harvard.edu/photo2002</a> . . . . .	29
3.5	Telescópio Chandra, observações em raios-X, revela as enormes quantidades de gás quente que permeiam cada aglomerado de galáxias, MACS J0416.1-2403 e MACS J0717.5+3745. Fonte: <a href="http://chandra.si.edu/photo/2016">chandra.si.edu/photo/2016</a> . . . . .	31
3.6	Efeito Compton, espalhamento do fóton por elétron. . . . .	31
3.7	Representa o efeito Sunyaev-Zel'dovich térmico, elétrons energéticos do MIA doam energia aos fótons da RCF por efeito SZ. Retirado de <a href="http://russiaic.com/people/general/z/141">russiaic.com/people/general/z/141</a> . . . . .	33
3.8	Representa a diminuição da intensidade da RCF em baixas frequências, menores que 217 GHz, e o aumento da intensidade da RCF em altas frequências, maiores que 217 GHz, causados pelo efeito SZ. A linha tracejada representa o espectro da RCF sem as distorções e a linha contínua representa e espectro da RCF com as distorções sofridas pelo efeito SZ. Retirado de Carlstrom et al., 2002. . . . .	36
4.1	Transições entre os diferentes níveis de energia do átomo de hidrogênio que originam as diferentes séries do espectro de emissão. Fonte: Halliday, 8 edição. . . . .	45
4.2	Emissão de um fóton de luz devido à transição de elétrons energéticos nas camadas eletrônicas do átomo de Hidrogênio. Perceba que o átomo permanece no estado excitado por um curto período de tempo antes de emitir um fóton e retornar a um estado estacionário mais baixo. Fonte: Griffiths, 2007. . . . .	46
4.3	Órbitas elípticas no modelo de Sommerfeld (Fonte: <a href="http://www.areaciencias.com">www.areaciencias.com</a> ). . . . .	47
4.4	Modelo atômico de Schroedinger (Fonte: <a href="http://www.areaciencias.com">www.areaciencias.com</a> ). . . . .	49
4.5	Modelo atômico de Dirac-Jordan (Fonte: @ 2001, How stuff works). . . . .	51
4.6	Esquema do campo magnético externo gerado pelo próton em orbita em relação ao elétron. Fonte: Halliday, 8 edição. . . . .	54

4.7	Estrutura fina no Hidrogênio. O $n$ -ésimo nível de Bohr (linha fina) se divide em $n$ subníveis (linhas tracejadas), caracterizado por $j = (n - 1/2)$ , com exceção para o último nível. A nomenclatura espectroscópica se dá por $s$ para $l = 0$ , $p$ para $l = 1$ , $d$ para $l = 2$ e $f$ para $l = 3$ . Fonte: Griffiths, 2008.	57
5.1	Esta figura representa os 25 dados de DDA por observações via ESZ e Briho superficial em raios-X em relação ao redshift do aglomerado, com seus respectivos erros. Amostra de De Filippis et al. (2005).	68
5.2	Nesta figura, nós plotamos a diferença entre os redshifts das SNe e dos AG para os 25 pares da nossa análise.	69
5.3	Restrições sobre uma possível variação da constante de estrutura fina. As linhas sólidas vermelha e preta correspondem às análises de distâncias de diâmetro angular + SNe Ia com e sem os erros sistemáticos para os dados de aglomerado de galáxias, respectivamente.	71
5.4	Evolução de uma possível variação da constante de estrutura fina provindas do melhor ajuste das nossas análises.	72

# Lista de Tabelas

2.1	Valores respectivos da pressão, parâmetro da equação-de-estado e a lei de evolução do fator de escala com a densidade de energia para cada componente do fluido cosmológico. . . . .	16
5.1	Valores da amostra de De Filippis <i>et al.</i> , (2005). . . . .	73
5.2	Dados de módulo de distância das SNe Ia com seus respectivos <i>redshifts</i> e erros, extraídos da Union2.1 Compilation de modo a coincidir com os <i>redshifts</i> dos Aglomerados de Galáxias da amostra de De Filippis <i>et al.</i> , 2005. . . . .	74

# Lista de Siglas

- TRG** - Teoria da Relatividade Geral
- TRR** - Teoria da Relatividade Restrita
- RDDC** - Relação de Dualidade de Distância Cósmica
- DDA** - Distância de Diâmetro Angular
- RCF** - Radiação Cósmica de Fundo
- ESZ** - Efeito Sunyaev-Zel'dovich
- MIA** - Meio Intra-Aglomerado
- AG** - Aglomerado de Galáxias
- MBB** - Modelo do Big Bang
- SNe Ia** - Supernovas tipo Ia
- CDM** - *Cold Dark Matter*
- FLRW** - Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker
- DL** - Distância de Luminosidade
- COBE** - *COsmic Background Explorer*
- AAS** - *American Astronomical Society*
- WMAP** - *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*
- HDM** - *Hot Dark Matter*
- SCP** - *Supernova Cosmology Project*
- HSST** - *High-z Supernova Search Team*
- $\Lambda$ CDM** - *Lambda Cold Dark Matter*
- UHURU** - *X-ray Explorer Satellite*
- PEE** - Princípio de Equivalência de Einstein
- SZE** - *Sunyaev-Zel'dovich Effect*
- VLT/UVES** - *Ultraviolet and Visual Echelle Spectrograph of the VLT*
- HIRES** - *High Resolution Echelle Spectrometer*

# Sumário

Agradecimentos	v
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	x
Lista de Siglas	xi
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Fundamentos da Cosmologia Moderna</b>	<b>6</b>
2.1 Modelo Padrão da Cosmologia	7
2.1.1 Teoria da Relatividade Geral	7
2.1.2 Princípio Cosmológico, Geometria e Dinâmica cósmica	9
2.1.3 Alguns Aspectos Observacionais	18
<b>3 Observáveis Padrão</b>	<b>26</b>
3.1 Aglomerados de Galáxias	26
3.2 Radiação em Raios-X nos Aglomerados de Galáxias	28
3.3 Efeito Sunyaev-Zel'dovich	30
3.3.1 Efeito Sunyaev-Zel'dovich Térmico	32
3.4 Cálculo da $D_A(z)$ a partir da técnica combinada $ESZ/S_X$	37
3.5 Supernovas tipo Ia (SNe Ia)	41
<b>4 Modelos atômicos e Estrutura fina</b>	<b>43</b>
4.1 Modelos Atômicos	43
4.1.1 Modelo atômico de Bohr	43
4.1.2 Modelo de Sommerfeld e a constante de estrutura fina	46

4.1.3	Modelo de Schroedinger . . . . .	48
4.1.4	Modelo atômico de Dirac-Jordan . . . . .	49
4.2	Estrutura Fina . . . . .	51
4.2.1	Modelo Dilaton Runaway . . . . .	58
<b>5</b>	<b>Metodologia, Análises e Discussões</b>	<b>62</b>
5.1	Metodologia . . . . .	62
5.2	Relacionando $\eta(z)$ e $\phi(z)$ . . . . .	64
5.2.1	Distância de Diâmetro Angular a partir de SNe tipo Ia . . . . .	66
5.3	Análises e Discussões . . . . .	67
5.3.1	Teste do $\chi^2$ . . . . .	68
5.3.2	Análise Estatística . . . . .	70
<b>6</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>75</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>77</b>

# Resumo

As teorias cosmológicas mais comumente aceitas são baseadas no pressuposto de que as constantes fundamentais da natureza, como a constante gravitacional  $G$ , a constante de estrutura fina  $\alpha$ , entre outras, são de fato constantes. Sendo assim, a suposição de que essas constantes não variam no espaço-tempo é apenas uma hipótese, precisando então ser comprovada a partir de dados experimentais. Neste trabalho, propomos um novo método, independente de modelo cosmológico, capaz de investigar uma possível variação com o *redshift* da constante de estrutura fina,  $\alpha = e^2/\hbar c$ , onde  $e$  é a carga elementar,  $\hbar$  é a constante de Planck dividida por  $2\pi$  e  $c$  é a velocidade da luz. Para tal fim, mostramos também que a técnica combinada do Efeito Sunyaev-Zel'dovich (ESZ) com o Brilho Superficial em raios-X ( $S_X$ ) para se medir Distância de Diâmetro Angular (DDA) dos Aglomerados de Galáxias (AG) é dependente da constante de estrutura fina. Mais precisamente, se  $\alpha = \alpha_0\phi(z)$ , argumentamos que os dados atuais dessa técnica fornecem  $D_A^{obs}(z) = \phi^2(z)D_A(z)$ , onde  $D_A(z)$  é a verdadeira DDA para o aglomerado de galáxias e  $\phi(z)$  é o campo escalar Dilaton que governa uma possível variação em  $\alpha$ . Considerando uma amostra de 25 medidas de  $D_A^{obs}(z)$ , feitas por De Filippis *et al.* (2005), via ESZ/ $S_X$  na faixa de *redshift*  $0,023 < z_{AG} < 0,784$  e estimando medidas de  $D_A(z)$  do assim chamado Union2.1 Compilation de Supernovae tipo Ia (SNe Ia), onde o *redshift* das SNe Ia foram cuidadosamente selecionados para coincidir com o *redshift* do aglomerado de galáxias associado com a maior diferença de *redshift* obedece a  $|z_{AG} - z_{SNe}| < 0,005$ . Portanto, foi possível atribuir algumas restrições sobre uma possível variação de  $\alpha$  para uma classe de Modelos Dilaton Runaway,  $\phi(z) = 1 - \gamma \ln(1 + z)$ . Nossas análises mostraram que  $\gamma = -0,037 \pm 0,157$  em  $1\sigma$ , ou seja, nossas análises são compatíveis com uma não variação da constante de estrutura fina.

**Palavras-chave:** Cosmologia Observacional - Restrições sobre a Constante de Estrutura Fina - Efeito Sunyaev-Zel'dovich - Aglomerado de Galáxias.

# Abstract

The most common accepted cosmological theories are based on the assumption that the fundamental constants of nature, such as the gravitational constant  $G$ , the fine structure constant  $\alpha$ , and others, are in fact constant. Thus, the assumption that these constants do not vary with time or space is only a hypothesis, then it needs to be confirmed from experimental data. In this paper, we propose a new method, independent of cosmological models, which is capable to investigate a possible variation with redshift of the fine structure constant,  $\alpha = e^2/\hbar c$ , where  $e$  is the elementary charge,  $\hbar$  is Planck's constant over  $2\pi$  and  $c$  is the speed of light. For that purpose, we also show that the combined technique between Sunyaev-Zel'dovich effect (SZE) and X-ray surface brightness ( $S_X$ ) to measure Angular Diameter Distance (ADD) of Galaxy Clusters (GC), depends on the fine structure constant. More precisely, if  $\alpha = \alpha_0\phi(z)$  we argue that the current data of this technique gives  $D_A^{obs}(z) = \phi^2(z)D_A(z)$ , where  $D_A(z)$  is the true ADD for galaxy clusters and  $\phi(z)$  is the dilaton scalar field that governs a possible variation of  $\alpha$ . We considered a sample of 25 measurements of  $D_A^{obs}(z)$ , made by De Filippis et al. (2005), via ESZ/ $S_X$  in the range of redshift  $0.023 < z_{GC} < 0.784$  and we also estimated  $D_A(z)$  from the so-called Union 2.1 Supernovae Ia (SNE Ia) Compilation, where the SNe Ia redshifts were carefully selected to match the ones of the associated galaxy cluster with the larger redshift difference follows  $|z_{GC} - z_{SNe}| < 0.005$ . Therefore, it was possible to put some constraints on a possible variation of  $\alpha$  for a class of Dilaton Runaway Model,  $\phi(z) = 1 - \gamma \ln(1 + z)$ . We obtained  $\gamma = -0,037 \pm 0,157$  in  $1\sigma$ , i.e., our analysis is compatible with a nonvariation of the fine structure constant.

**Keywords:** Observational Cosmology - Constraints on the Fine Structure Constant - Sunyaev-Zel'dovich effect - Galaxy Cluter.



# Capítulo 1

## Introdução

A Cosmologia é a ciência que estuda o processo de formação e evolução do Universo em largas escalas, ou seja, é a ciência que se preocupa em entender como se deu a origem do Universo, o porquê deste apresenta as características observadas hoje e qual será o seu destino futuro. Para tal fim, a Cosmologia faz do uso indispensável das leis da Física, da Química, da Matemática e até da Biologia e Filosofia. Contudo, a cosmologia moderna surgiu perante o desenvolvimento da Teoria da Relatividade Geral (TRG), elaborada por A. Einstein em 1915, uma vez que o mesmo mostrou que a equação de Poisson não é um perfeito substituto para a lei de gravitação da ação à distância (ver mais detalhes em [1]). Esta teoria denota que a curvatura do espaço-tempo é modificada devido a presença de matéria-energia. Desse modo, Einstein aplicou a sua teoria pela primeira vez em 1917 na tentativa de elaborar um possível modelo cosmológico que descrevesse a dinâmica do Universo [2]. Para isto, Einstein fez do uso do princípio cosmológico ou princípio de Copérnico (somos referenciais típicos, ou seja, não ocupamos um referencial privilegiado no Universo). Seu modelo cosmológico descreve um Universo Homogêneo e Isotrópico, em largas escalas, finito e estático, porém considerado ultrapassado devido ao modelo não condizer com a realidade observada. Sendo assim, diversos outros modelos cosmológicos baseados na TRG foram construídos e estudados a fim de obter um modelo cosmológico mais conciso com a realidade observada.

Ainda em meados de 1920, surgiram os primórdios do Modelo do *Big Bang* (MBB) com as soluções evolucionárias propostas por Alexander Friedmann e, posteriormente, por volta de 1940, com George Gamow e sua pesquisa na nucleossíntese primordial. É aceita atualmente pelos cosmólogos como o modelo que melhor explica o processo de formação

e evolução do Universo. Em poucas palavras, o MBB sugere que o Universo evoluiu de um estado extremamente quente e denso, do qual expandiu adiabaticamente. Devido a esta expansão, o Universo foi pouco a pouco arrefecendo e tornando-se menos denso do que era inicialmente, atingindo o estado atual. O *Big Bang* não afetou apenas a matéria como também a própria estrutura do espaço-tempo e é o que melhor explica as evidências observacionais que conhecemos hoje. Uma confirmação experimental extraordinária ocorreu devido à Radiação Cósmica de Fundo (RCF) em microondas, descoberta por acaso pelos engenheiros do laboratório Bell, Arno Penzias e Robert Wilson, em 1964, quando os cientistas estudavam o desempenho de antenas de comunicação para monitorar os satélites superficiais [3]. Esta radiação, que permeia todo o Universo, havia sido prevista por George Gamow e colaboradores no final da década de 1940, quando estudavam a formação primordial do hélio [4] em um modelo evolucionário tal como o MBB. Atualmente, após a descoberta da Radiação Cósmica de Fundo (RFC), um grande número de experimentos foram lançados em busca de decodificar as mensagens impressas nesse substrato, o qual funciona como um eco dos primeiros instantes da formação do Universo. Acredita-se que no fundo de microondas encontram-se informações que levarão a uma melhor compreensão dos fenômenos de formação das galáxias e aglomerados de galáxias. Desta forma, o MBB é sustentado diante quatro pilares fundamentais da cosmologia: Nucleossíntese Primordial [5]; TRG; expansão do Universo, graças a constatação de Edwin Hubble em 1929, e pela RCF. O modelo cosmológico atual, dentro do cenário do *Big Bang*, que mais se ajusta às observações é o modelo  $\Lambda$ CDM (do inglês Lambda *Cold Dark Matter*), o qual também é conhecido por modelo de Concordância Cósmica e, até mesmo, Modelo Padrão.

A Cosmologia Observacional é uma subárea da Cosmologia, desenvolvida com bastante acurácia nos últimos anos motivada pela grande evolução tecnológica dos instrumentos utilizados em observações astronômicas, tornando então a Cosmologia uma ciência mais precisa, onde um dos principais objetivos desta subárea é estimar o valor acurado dos mais diversos parâmetros cosmológicos. Dentro das ferramentas astronômicas, os aglomerados de galáxias são os objetos astronômicos mais recentes e mais maciços surgidos na formação da estrutura hierárquica do Universo e várias informações cosmológicas podem ser extraídas de suas observações. Por exemplo, a partir da evolução da temperatura de raios-X de aglomerados de galáxias e da sua função de luminosidade de raios-X, pode-se colocar limites sobre o parâmetro de densidade de matéria do Universo,  $\Omega_M$ , e sobre a nor-

malização da flutuação da densidade do espectro de potência,  $\sigma_8$  ([6], [7]); o parâmetro da equação-de-estado da energia escura,  $\omega$ , é esperado ser restringido devido a abundância de aglomerados de galáxias em função da massa e do *redshift* ([8], [9]); a fração de massa de gás através de observações em raios-X de aglomerados de galáxias também podem ser utilizados como réguas padrão para restringir parâmetros cosmológicos ([10], [11], [12], [13]); entre outros.

Um fenômeno importante que ocorre em aglomerados de galáxias, e que será usado nesta dissertação, é o Efeito Sunyaev-Zel'dovich (ESZ) [14], o qual consiste em uma pequena distorção do espectro da RCF provocada por um tipo de efeito Compton inverso, ou seja, uma dispersão dos fótons da RCF quando os mesmos passam por uma população de elétrons extremamente aquecidos que permeiam o Meio Intra Aglomerado (MIA). Este efeito é independente do *redshift* do aglomerado, tornando-se uma ferramenta poderosa para estudar o Universo em altos *redshifts*. Particularmente, observações combinadas do ESZ e da emissão em raio-X de um mesmo aglomerado [15] podem ser utilizados para extrair informações tanto cosmológicas como da física fundamental. Por exemplo, a referência [16] argumentou que a combinação ESZ + Raios-X para medir a distância de diâmetro angular em aglomerados de galáxias pode ser utilizado para testar a relação de dualidade das distâncias cósmicas (RDDC) (ver mais detalhes em [17]),  $D_L(1+z)^{-2}/D_A = 1$ , válida quando a fonte e o observador estão conectados por geodésicas nulas em um espaço-tempo Riemanniano e o número de fótons que propagam ao longo dessas geodésicas seja conservado; mais recentemente, a referência [18] mostrou que as medidas da fração de massa de gás via ESZ e Brilho Superficial de raios-X dos aglomerados de galáxias também pode ser utilizado para testar esta relação. Assim, ao permitir violações da RDDC na forma  $D_L(1+z)^{-2}/D_A = \eta(z)$ , nenhum desvio da mesma foi encontrado pelos autores (veja as estimativas recentes de [19]).

Por outro lado, desde a hipótese elaborada por Dirac [20] a respeito de uma possível variação temporal das constantes fundamentais da natureza, numerosos experimentos e modelos teóricos foram desenvolvidos para a investigação da constância das mesmas, por exemplo, para a constante de estrutura fina (definida por  $\alpha = e^2/c\hbar$ , onde  $e$  é a carga do elétron,  $c$  a velocidade da luz e  $\hbar$  a constante de Planck dividida por  $2\pi$ ) os modelos de Teoria de Cordas prevêem um campo Dilaton, denotado por  $\phi$ , como um parceiro escalar do gráviton de *Spin-2*, que governe alguma variação na mesma, onde o valor esperado

do vácuo para o Dilaton determina a constante de acoplamento  $g_S = e^{\phi/2}$ . No cenário Dilaton estudado por [21], o fugitivo do campo em direção ao acoplamento forte pode produzir variações na constante de estrutura fina. Do ponto de vista experimental, os autores da referência [22] propuseram um novo método capaz de sondar possíveis variações com o *redshift* na constante de estrutura fina utilizando o parâmetro de Comptonização integrada,  $Y_{SZ}D_A^2$ , e a sua contraparte por raios-X,  $Y_X$ . A razão entre os dois parâmetros é dependente da constante de estrutura fina na forma  $\alpha \propto 3,5$ . Assim, testes de diferentes modelos para a variação de  $\alpha$  usando os dados do Planck SZE e NEWTON-XMM mostraram nenhuma variação sobre a mesma; mais recentemente, os autores da referência [23] argumentaram que a fração de massa de gás também pode ser utilizada como um método capaz de sondar uma possível evolução temporal da constante de estrutura fina. Os autores mostraram que as observações da fração de massa de gás através do ESZ e do brilho superficial em raios-X para um mesmo aglomerado de galáxias estão relacionados por  $f_{ESZ} = \eta(z)\phi(z)f_{raios-X}$ , onde  $\phi(z) = \alpha/\alpha_0$ . Levando em conta uma relação direta entre variações em  $\alpha$  e violações na RDDC,  $\phi(z)$  e  $\eta(z)$ , mostrada por [24] ( $\phi(z) = \eta^2(z)$ ), e ao considerar uma classe de Modelos Dilaton Runaway, onde  $\phi(z) = 1 - \gamma \ln(1+z)$ , nenhuma violação em  $\alpha$  foi verificada, onde o parâmetro  $\gamma$  (o qual descreve toda a física do Modelo Dilaton Runaway) foi obtido em  $\gamma = 0,037 \pm 0,18 (1\sigma)$ .

O principal objetivo da presente dissertação é sondar uma possível variação da constante de estrutura fina a partir de dados cosmológicos. Para isto, foi desenvolvido um novo método capaz de investigar uma possível variação com o *redshift* de  $\alpha$  através de dados do ESZ + raios-X para um mesmo aglomerado de galáxias. Nesta análise, mostramos que a técnica combinada do ESZ + Raios-X para medir a Distância de Diâmetro Ângular (DDA) dos aglomerados de galáxias é também dependente da constante de estrutura fina. Ademais, Ao supor que  $\phi(z) = \alpha/\alpha_0$ , onde  $\alpha_0$  é o valor atual da constante de estrutura fina, e ao utilizar dados compilados da amostra de 25 medidas de DDA por [25] numa faixa de  $0,023 < z_{AG} < 0,784$ , foi possível colocar limites sobre possíveis variações em  $\phi(z)$  de acordo com uma classe de Modelos Dilaton *Runaway*.

A presente dissertação está dividida em mais 5 capítulos. No capítulo 2, será apresentado uma breve discussão sobre a Cosmologia Moderna. Neste ponto, apresentaremos algumas expressões e parâmetros importantes que serão discutidos sobre alguns aspectos observacionais, como por exemplo o *redshift* e as medidas de distância no Universo. No

capítulo 3, serão abordados alguns observáveis cosmológicos usados na investigação do presente trabalho, os aglomerados de galáxias, assim como também os fenômenos observados que ocorrem nos mesmos: o Efeito Sunyaev-Zel'dovich e emissão em Raios-X. Além disso, será mostrado como estimar DDA através da técnica combinada do ESZ + Raios-X. Uma descrição das Supernovas do tipo Ia é feita no final deste capítulo.

No capítulo 4, iremos abordar a evolução dos modelos atômicos para facilitar a compreensão da estrutura fina e sua respectiva constante fundamental. Ademais, é apresentado o modelo teórico que nos auxiliará na investigação de uma possível variação com o *redshift* da constante de estrutura fina, o Modelo Dilaton Runaway. Ainda nesse capítulo, será discutido como a introdução de um acoplamento multiplicativo não mínimo entre o campo escalar e o campo de matéria gera uma forma de quebrar o princípio de equivalência de Einstein. Este fato é importante, pois a busca de variações espaciais e/ou temporais das constantes fundamentais é uma maneira de investigar assinaturas cosmológicas de modificações da gravidade.

Mais adiante no capítulo 5, será apresentado o método que foi desenvolvido para verificar uma possível variação com o *redshift* em  $\alpha$ , apresentando as respectivas análises e discussões necessárias sobre a metodologia. Por fim, no capítulo 6, será apresentado as conclusões obtidas diante desta dissertação e as perspectivas para futuros trabalhos.

## Capítulo 2

# Fundamentos da Cosmologia Moderna

O principal objetivo da cosmologia moderna é elaborar um modelo padrão que prediga e explique todos os fenômenos astronômicos que ocorrem no Universo em largas escalas. Assim, diversos estudos estão sendo consistentemente realizados para poder compreender a possível dinâmica que rege todo o cosmos. Em 1915, Albert Einstein elaborou uma teoria na qual unificou os efeitos gravitacionais com o universo relativístico, conhecida por Teoria da Relatividade Geral (TRG), onde a geometria do espaço-tempo se distorce devido à presença da matéria-energia. É atualmente a teoria padrão da gravitação.

Utilizando sua teoria gravitacional, Einstein elaborou em 1917 um modelo cosmológico para tentar descrever os fenômenos que ocorriam no Universo conhecido da época. Como ponto de partida, assumiu o princípio cosmológico, a ideia de que Universo é espacialmente homogêneo e isotrópico, mais as considerações de finitude e estático. Para assegurar esta estabilidade no seu modelo, foi inserido um termo conhecido por constante cosmológica. Porém, em 1929 o Astrônomo Edwin Hubble mostrou que, através de estudos com *redshifts* em galáxias próximas, o Universo se encontra em expansão. Esta descoberta fez com que o modelo de Einstein a respeito de um Universo estático fosse desconsiderado e, conseqüentemente, a ideia da constante cosmológica que justificava tal estado estático estivesse equivocada. Logo, esta descoberta fez Einstein declarar que a constante cosmológica foi o pior erro da sua vida. De certa forma, Einstein não estava errado, pois estudos posteriores mostraram que ao inserir uma constante cosmológica o problema da idade do Universo constituído só de matéria era aliviado.

Atualmente, o cenário cosmológico do Universo mais aceito é o modelo de Concordância Cósmica ou  $\Lambda$ CDM, onde  $\Lambda$  é a constante cosmológica, modernamente representando a energia do vácuo, e  $CDM$  é a Matéria Escura Fria. Essa composição corresponde cerca de 96% da composição do Universo, não sendo completamente entendível pela ciência. Os outros 4% desta composição é denominado matéria bariônica, partículas elementares e propagadores. O presente capítulo 2 mostrará uma revisão nos conceitos da cosmologia relativística associados ao atual cenário cósmico conhecido por Modelo *Big Bang* que usaremos nesta dissertação, são eles a Teoria da Relatividade Geral e Aspectos Observáveis.

## 2.1 Modelo Padrão da Cosmologia

A origem e evolução do Universo baseia-se no entendimento do Modelo do Big Bang (MBB), cenário onde o Universo se expande adiabaticamente a partir de um estado inicial extremamente quente e denso. Assim, descrevendo a evolução do Universo desde as suas primeiras frações de segundo de existência até o estágio presente, pode-se então estudar e entender a dinâmica do Universo. Contudo, o Modelo do Big Bang é sustentado e defendido por quatro pilares: a Teoria da Relatividade Geral; a descoberta de Edwin Hubble da expansão do Universo; a nucleossíntese primordial [26] e a Radiação Cósmica de Fundo (RCF) ([3], [27]). No que segue, vamos discutir, particularmente, a TRG, a expansão cósmica e alguns observáveis.

### 2.1.1 Teoria da Relatividade Geral

Existem quatro tipos de força na natureza: a força forte, fraca, eletromagnética e a gravitação. Porém, a gravidade é a única dominante em largas escalas e para corpos muito massivos, uma vez que as estruturas astronômicas não estão eletricamente carregadas e as forças forte e fraca só atuam em nível atômico. A Teoria da Relatividade Restrita (TRR) foi proposta em 1905 por Albert Einstein diante as contradições existentes entre a teoria eletromagnética e a mecânica newtoniana, a qual é baseada em dois postulados: O princípio da Relatividade<sup>1</sup> e o Princípio da Constância da velocidade da luz<sup>2</sup>. Essa teoria

---

<sup>1</sup>Não existe nenhum referencial inercial privilegiado no Universo.

<sup>2</sup>A velocidade da luz no vácuo possui o valor  $c = 3.10^8 m/s$  em todos os referenciais inerciais.

muda radicalmente as concepções de espaço e tempo, onde estas deixam de ser grandezas absolutas e independentes e tornam-se intimamente relacionadas (espaço-tempo), ou seja, uma dilatação temporal equivaleria a uma dilatação espacial e vice-versa. Esta descrição é dada em termos da geometria de Minkowski e a conexão entre espaço e tempo é dada pelo elemento de linha [28]

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (2.1)$$

onde  $x^0 = ct$ ,  $x^1 = x$ ,  $x^2 = y$  e  $x^3 = z$ , com  $\eta_{\mu\nu}$  sendo a métrica do espaço-tempo plano<sup>3</sup>.

No entanto, sua teoria não estava compatível com a teoria gravitacional de Newton. Para poder estudar interações gravitacionais, foi elaborada uma teoria mais ampla que melhor explica fenômenos gravitacionais no mundo relativístico, assim surgiu a TRG. Proposta por Albert Einstein em 1915, a TRG estendeu o seu princípio da relatividade para referenciais na presença de campos gravitacionais, envolvendo espaço, tempo e gravidade (matéria-energia). Nesta teoria, o espaço-tempo é distorcido pela presença de energia-matéria, ou melhor, os efeitos gravitacionais se propagam com a velocidade da luz e a gravidade não seria mais uma força e sim uma propriedade geométrica do espaço-tempo. Um dos maiores *insights* da TRG é chamado de Princípio da Equivalência, o qual afirma que sistemas acelerados e sistemas sob a ação de um campo gravitacional são localmente equivalentes, ou seja, para um observador típico, não existe experimento local que o permita discernir se o próprio experimento é realizado em uma região que sofre interações gravitacionais ou se é um referencial acelerado (ver figura 2.1).

Segundo a TRG, a geometria do espaço-tempo é curva, consistente com a presença da matéria-energia, e tal dinâmica é dada pelas equações de campo de Einstein [29] na forma:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

onde  $G_{\mu\nu}$  é o tensor de Einstein que se refere as propriedades geométricas do espaço-tempo,  $R_{\mu\nu}$  e  $R$  são o tensor de Ricci e o escalar de curvatura de Ricci, respectivamente,  $G$  é a constante gravitacional de Newton,  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico,  $\Lambda$  é a constante cosmológica e  $\frac{8\pi G}{c^4}$  é a constante de Einstein, encontrada quando se toma o limite de campos fracos a baixas velocidades, recaindo na gravitação de Newton (caso particular da TRG).

---

<sup>3</sup>Métrica de Minkowski dada por  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ .



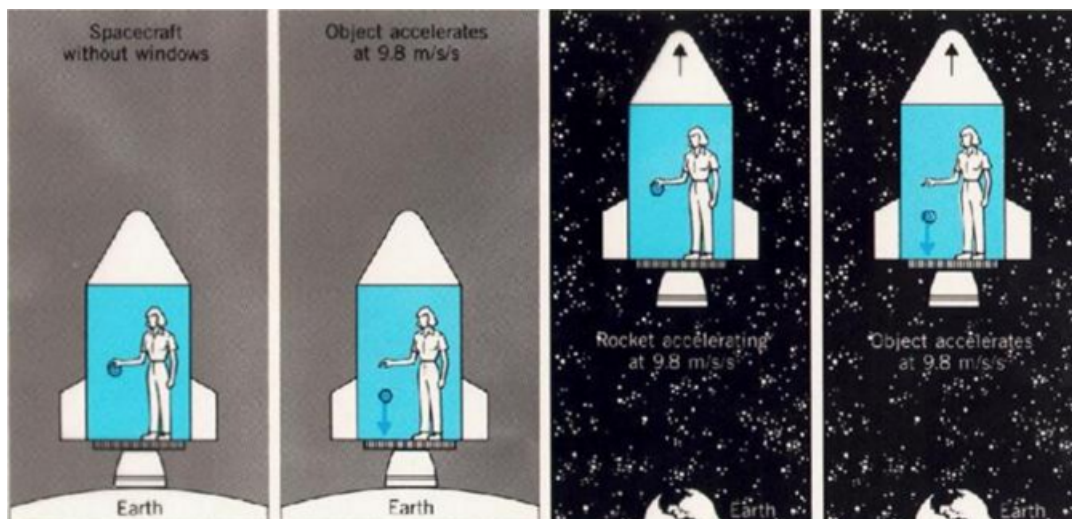


Figura 2.1: Princípio da equivalência: não há experimento local em que o observador consiga discernir se o mesmo se encontra em um campo gravitacional ou se está sendo acelerado. Fonte: [indiferentemente.blogspot.com.br/2010/02/poesia-da-relatividade.html](http://indiferentemente.blogspot.com.br/2010/02/poesia-da-relatividade.html)

A consagração desta teoria deu-se em 1919, com uma observação em Sobral, Ceará, do extraordinário fenômeno do desvio gravitacional da luz, a qual permitiu a observação de uma estrela que se encontra atrás do Sol durante um eclipse. Hoje, esta teoria explica convincentemente várias outras observações e fenômenos, sendo muito bem testada em nível de sistema solar [30] e nas medidas de movimento radial de Pulsares Binários [31], via nucleossíntese primordial, constituindo o arcabouço teórico da cosmologia moderna. Portanto, para estudar a dinâmica cósmica da equação (2.2), é preciso determinar a métrica e as componentes do tensor energia-momento e para isto é preciso fazer o uso do Princípio Cosmológico, melhor discutido na próxima seção.

### 2.1.2 Princípio Cosmológico, Geometria e Dinâmica cósmica

O ponto de partida para poder-se construir modelos cosmológicos válidos é a equação de campo de Einstein que permite lidar com fenômenos gravitacionais e geométricos em largas escalas. Assim, é preciso especificar as hipóteses básicas para que um possível modelo cosmológico seja construído. Einstein aplicou sua teoria pela primeira vez em 1917 na tentativa de elaborar um modelo cosmológico [2]. Para tal fim, fez-se do uso do chamado princípio cosmológico ou princípio de Copérnico (somos referenciais típicos, ou seja, não ocupamos um referencial privilegiado no Universo). Seu modelo cosmológico

descreveu um Universo Homogêneo<sup>4</sup> e Isotrópico<sup>5</sup>, em largas escalas, finito e estático.

Uma descoberta marcante ainda estava por vir. Em 1917, uma série de estudos devido a W. de Sitter [32] mostraram que os espectros de algumas nebulosas mostravam posições deslocadas. Devido ao avanço da espectroscopia, de Sitter conseguiu identificar esses deslocamentos no espectro para comprimentos de onda maiores, ou seja, um deslocamento para o vermelho (ver figura 2.2 e figura 2.3), e mais adiante, foi identificado em primeira mão por Efeito Doppler, chamando-o de *redshift*. Com a constatação dos *redshifts*, em 1929 o Astrônomo Edwin Hubble observou diversas galáxias e verificou que as mesmas eram proporcionais às distâncias estimadas entre si, ou seja, Hubble mostrou pela primeira vez uma relação direta entre a velocidade de expansão e a distância às galáxias, algebricamente representado por

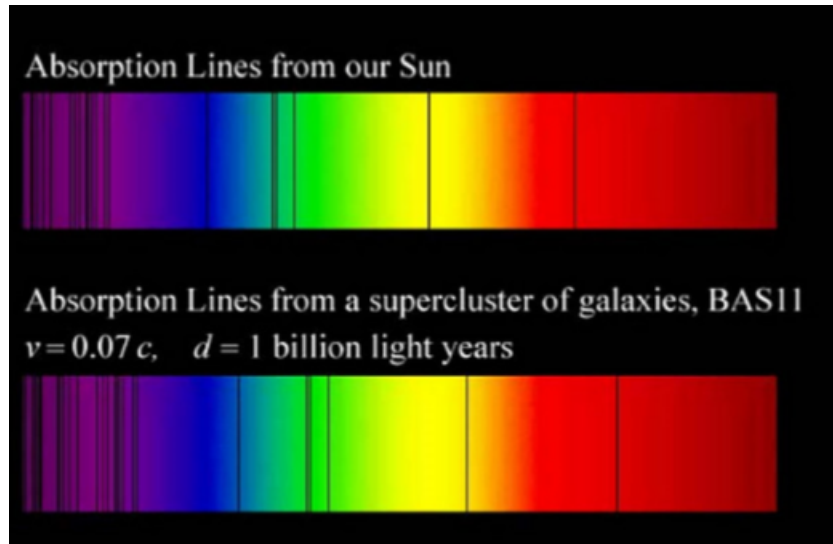


Figura 2.2: Espectro do aglomerado de galáxias BAS 11 em relação ao respectivo redshift, com velocidade 0.07 da velocidade da luz (fonte: [stokes.byu.edu/teaching/resources/redshift.jpg](http://stokes.byu.edu/teaching/resources/redshift.jpg)).

$$v = H_0 D, \quad (2.3)$$

onde  $H_0$  é a constante de proporcionalidade de Hubble medida hoje.

É interessante discutir como a lei de Hubble satisfaz o princípio cosmológico. Considera-se que esta lei especifica as velocidades de dois observadores relativos a um

---

<sup>4</sup>Universo parece o mesmo em cada ponto.

<sup>5</sup>Universo parece o mesmo em todas as direções

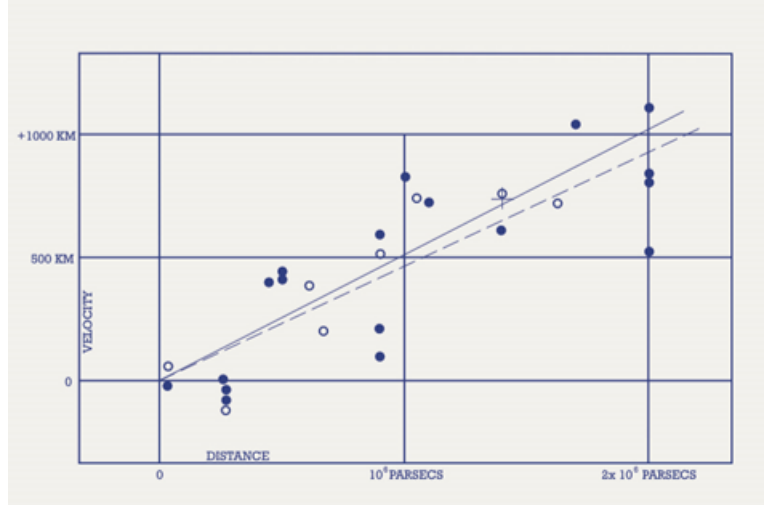


Figura 2.3: Uma relação entre a distância e velocidade radial de nebulosas extragalácticas. Proc. da Academia Nacional de Ciências, 1929, 168173.

observador A (ver figura 2.4), ou seja,

$$\begin{cases} \vec{v}_B(A) = H(t)\vec{r}_{BA} \\ \vec{v}_C(A) = H(t)\vec{r}_{CA}, \end{cases} \quad (2.4)$$

assim verifica-se que a velocidade do observador C em relação ao observador B possuirá a forma:

$$\vec{v}_C(B) = \vec{v}_C(A) - \vec{v}_B(A) = (\vec{r}_{CA} - \vec{r}_{BA}) = H(t)\vec{r}_{CB}. \quad (2.5)$$

O resultado é que o observador B vê precisamente a mesma lei de expansão que o observador A, única lei compatível com a expansão homogênea e isotrópica do Universo e, portanto, é o segundo pilar que sustenta a MBB.

Ao considerar o princípio cosmológico válido, onde homogeneidade e isotropia possuem elevado grau de simetria, a métrica mais viável que descreve um Universo em expansão é a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW), expressa em termos de coordenadas esféricas  $(r, \theta, \phi)$  e  $c = 1$  na forma [33]:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right], \quad (2.6)$$

onde o tensor métrico é dado por

$$g_{\mu\nu} = \text{diag} \left( 1, -\frac{a^2(t)}{1 - kr^2}, -a^2(t)r^2, -a^2(t)r^2 \sin^2 \theta \right), \quad (2.7)$$

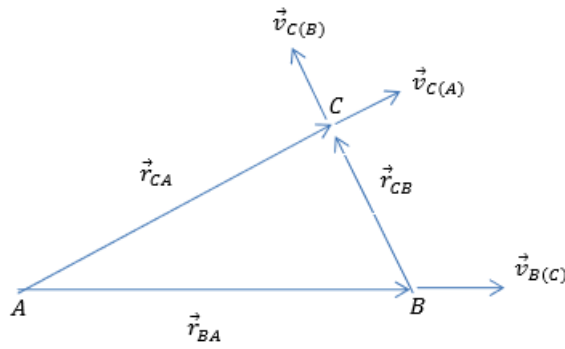


Figura 2.4: A lei de Hubble com as velocidades de diferentes observadores relativos a um mesmo observador A.

com  $a(t)$  sendo o fator de escala, que determina a distância física no Universo, e a constante  $k$ , o parâmetro de curvatura, que determina se o Universo é espacialmente plano ( $k = 0$ ), esférico ( $k = +1$ ) ou hiperbólico ( $k = -1$ ), ver figura 2.5 [34].

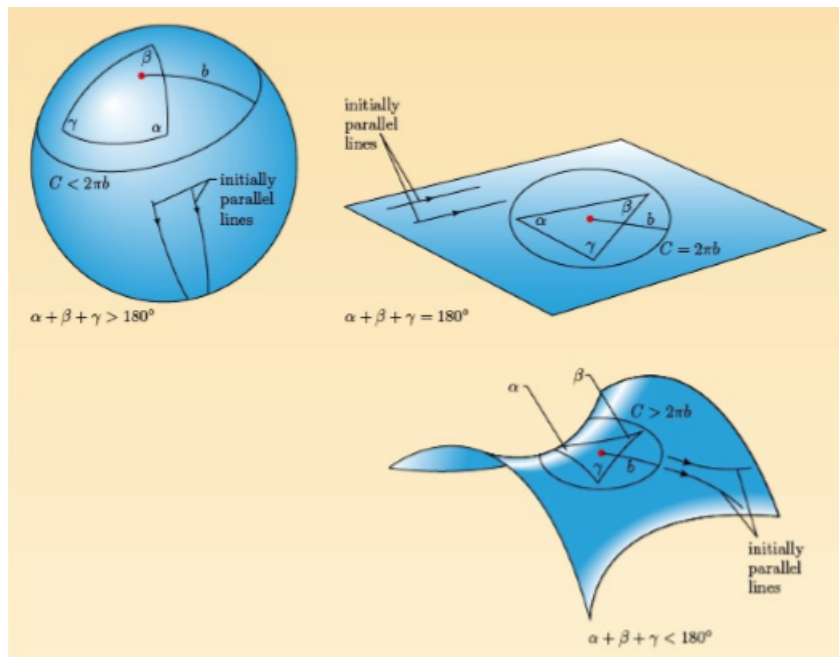


Figura 2.5: Hipersuperfícies bidimensionais fornecendo uma analogia para superfícies tri-dimensionais para os casos  $k = +1$ ,  $k = 0$  e  $k = -1$ . Note que a soma dos ângulos internos não é necessariamente igual a 180 graus.

As propriedades geométricas em um espaço Riemanniano são retiradas das equações de campo de Einstein. Partindo da definição do tensor métrico (equação 2.7), é

possível encontrar a conexão métrica<sup>6</sup>, definida por

$$\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} = \frac{1}{2}g^{\mu\alpha}(\partial_{\nu}g_{\alpha\lambda} + \partial_{\lambda}g_{\alpha\nu} - \partial_{\alpha}g_{\nu\lambda}). \quad (2.8)$$

Em relação as medidas encontradas da conexão métrica, pode-se obter o tensor de curvatura de Riemann<sup>7</sup> na forma

$$R_{\nu\alpha\beta}^{\mu} = \partial_{\alpha}\Gamma_{\nu\beta}^{\mu} - \partial_{\beta}\Gamma_{\nu\alpha}^{\mu} + \Gamma_{\nu\beta}^{\theta}\Gamma_{\theta\alpha}^{\mu} - \Gamma_{\nu\alpha}^{\theta}\Gamma_{\theta\beta}^{\mu}, \quad (2.9)$$

que por manipulação de índices na mesma, é possível encontrar o tensor e o escalar de Ricci, respectivamente, dados por

$$R_{\nu\beta} = g^{\theta\alpha}R_{\alpha\nu\theta\beta} = R_{\nu\theta\beta}^{\theta} = \partial_{\theta}\Gamma_{\nu\beta}^{\theta} - \partial_{\beta}\Gamma_{\nu\theta}^{\theta} + \Gamma_{\nu\beta}^{\lambda}\Gamma_{\lambda\theta}^{\theta} - \Gamma_{\nu\theta}^{\lambda}\Gamma_{\lambda\beta}^{\theta} \quad (2.10)$$

e

$$R = R_{\alpha}^{\alpha} = g^{\alpha\beta}R_{\beta\alpha}. \quad (2.11)$$

Ao calcular o tensor e o escalar de Ricci obtém-se notoriamente todas as informações geométricas da equação de campo de Einstein, representado pelo tensor  $G_{\mu\nu}$  na forma

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu}. \quad (2.12)$$

Por fim, nos resta entender qual é a possível fonte de curvatura do espaço-tempo, ou seja, nos é preciso conhecer o tensor energia-momento ( $T_{\mu\nu}$ ). Considerando um Universo preenchido por uma soma de fluidos perfeitos, o tensor energia-momento pode ser escrito por [35]

$$T_{\mu\nu} = \left( \sum_i \rho_i + \sum_i p_i \right) u_{\mu}u_{\nu} - \sum_i p_i g_{\mu\nu}, \quad (2.13)$$

onde  $\rho_i$  é a densidade de energia do fluido (matéria, radiação, curvatura, energia escura, constante cosmológica, etc),  $p_i$  é a pressão do fluido e  $u_{\mu}$  ( $u_{\mu}u^{\mu} = 1$ ) é a quadri-velocidade,

---

<sup>6</sup>Objeto geométrico sobre uma variedade diferenciável que conecta espaços tangentes próximos, permitindo então que campos vetoriais tangentes sejam diferenciados como se fossem funções sobre a variedade.

<sup>7</sup>É uma generalização da curvatura de Gauss em dimensões mais altas, expressando a curvatura das variedades de Riemann. Logo, este tensor mede o grau que o tensor métrico não é localmente isométrico em relação ao espaço euclidiano.

grandezas medidas no referencial comóvel. Devido a admissão da homogeneidade e isotropia, as componentes  $\rho_i$  e  $p_i$  dependem apenas do tempo.

Tomando posse das componentes dos tensores  $G_{\mu\nu}$  e  $T_{\mu\nu}$  é plausível resolver a equação (2.2) para obter as equações que regem a dinâmica do Universo. Para um observador comóvel e devido ao elevado grau de simetria, é possível obter as seguintes expressões

$$\frac{8\pi G}{3} \left( \sum_i \rho_i + \frac{\Lambda}{8\pi G} \right) = \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} \quad (2.14)$$

e

$$8\pi G \left( \sum_i p_i - \frac{\Lambda}{8\pi G} \right) = -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (2.15)$$

onde  $\Lambda/8\pi G$  é a densidade de energia do vácuo,  $-\Lambda/8\pi G$  é a pressão do vácuo,  $\sum_i \rho_i$  e  $\sum_i p_i$  são as densidades e as pressões de outras componentes que preenchem o Universo, respectivamente. Essas equações governam a dinâmica do Universo, determinando assim a evolução temporal do fator de escala  $a(t)$  e são conhecidas na literatura por as equações de Friedmann-Lamaître. No caso  $\Lambda = 0$ , têm-se as equações conhecidas apenas por equações de Friedmann. São as soluções da equação de Campo de Einstein, onde os pontos são derivadas temporais.

Para poder fechar o sistema, deve-se especificar uma equação de estado do fluido em questão com a sua respectiva curvatura. Assim, a maioria dos fluidos de interesse cosmológico podem ser descritos pela equação de estado  $p_i = \omega_i \rho_i$ , com  $\omega$  sendo o parâmetro da equação de estado. Ao manusear as equações (2.14) e (2.15), pode-se obter

$$\dot{\rho}_i + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho_i p_i) = 0. \quad (2.16)$$

Esta equação é conhecida na literatura por Equação da Continuidade para fluidos perfeitos, representando a conservação de energia. Ao substituir a equação de estado nesta equação, obtém-se:

$$\rho_i = \rho_{0i} \left( \frac{a}{a_0} \right)^{-3(1+\omega_i)}, \quad (2.17)$$

onde  $a_0$  é o fator de escala medido hoje, assim como  $\rho_{0i}$  é a densidade de energia medida hoje.

No modelo padrão, temos por componentes principais: a matéria, tanto bariônica como escura, radiação e constante cosmológica. A matéria é tratada como sendo poeira cósmica com pressão nula e não relativística. Logo, a equação (2.17) torna-se, devido à  $\omega = 0$ :

$$\rho_M = \rho_{0M} \left( \frac{a_0}{a} \right)^3, \quad (2.18)$$

onde  $\rho_{0M}$  é a densidade de energia para matéria medida hoje. Temos então que para o caso da matéria  $\rho_M \propto a^{-3}$ , onde o volume é proporcional a  $a(t)^3$  e a densidade de energia da matéria é inversamente proporcional ao volume

Para radiação, a equação de estado possui a forma  $p = \frac{1}{3}\rho$  ( $\omega = 1/3$ ) e a equação (2.17) torna-se:

$$\rho_r = \rho_{0r} \left( \frac{a_0}{a} \right)^4, \quad (2.19)$$

onde  $\rho_{0r}$  é a densidade de energia da radiação medida hoje. Além de  $\rho$  diluir-se com o volume, também ocorre perda de energia devido ao estiramento dos comprimentos de onda junto à expansão, assim a densidade cai com  $a(t)^4$  [36].

Por sua vez, a constante cosmológica é interpretada como sendo um fluido cosmológico com equação de estado  $p = -\rho$  [37]. Assim, pode-se obter a partir da equação (2.17) a expressão

$$\rho_\Lambda = \rho_{0\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (2.20)$$

ou seja, a densidade de energia para a constante cosmológica permanece constante durante toda a expansão (os valores da pressão, do parâmetro da equação-de-estado e a lei de evolução do fator de escala com a densidade de energia para cada componente do fluido cosmológico estão reduzidos na Tabela 2.1).

É possível escrever a equação (2.14) de acordo com o Parâmetro de Hubble,  $H(t) = \dot{a}/a$ , onde este parâmetro expressa a taxa de expansão do Universo em um dado instante  $t$  (ver figura 2.6 [38]). Assim, é obtido a expressão

$$H(t)^2 = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_r + \frac{8\pi G}{3} \rho_M + \frac{8\pi G}{3} \rho_x - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.21)$$

ou melhor

Componente	$p_i$	$\omega_i$	$\rho_i$
Matéria	0	0	$\rho_M \propto a^{-3}$
Radiação	$\frac{1}{3}\rho_r$	1/3	$\rho_r \propto a^{-4}$
Constante Cosmológica	$-\rho_\Lambda$	-1	$\rho_\Lambda \propto a^0$
Curvatura Espacial	$-\frac{1}{3}\rho_k$	-1/3	$\rho_k \propto a^{-2}$
Fluido desconhecido	$\omega_x\rho_x$	$\omega_x$	$\rho_x \propto a^{-3(1+\omega_x)}$

Tabela 2.1: Valores respectivos da pressão, parâmetro da equação-de-estado e a lei de evolução do fator de escala com a densidade de energia para cada componente do fluido cosmológico.

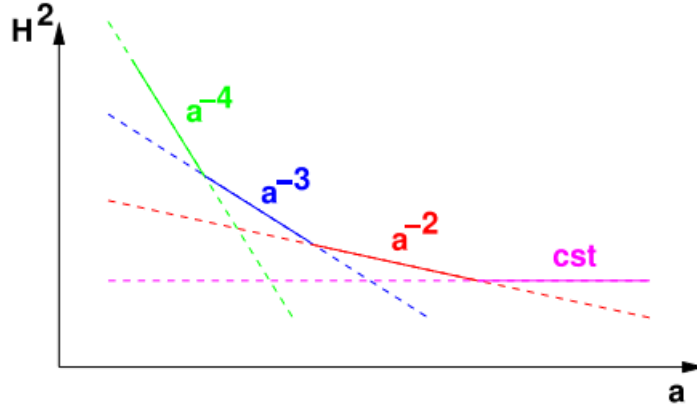


Figura 2.6: Evolução do quadrado do parâmetro de Hubble em relação às componentes do fluido cosmológico. Nota-se que cada componente domina uma época após a outra.

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_r + \rho_M + \rho_x + \frac{\Lambda}{8\pi G}) - \frac{k}{a^2}. \quad (2.22)$$

Simplificando-a, obtém-se

$$-\frac{k}{a^2 H(t)^2} = \left(1 - \frac{8\pi G}{3H(t)^2} \rho_{total}\right), \quad (2.23)$$

onde  $\rho_{total} = \rho_r + \rho_M + \rho_x + \frac{\Lambda}{8\pi G}$ .

É notório que pela equação (2.23) o Universo poderá ser espacialmente plano, isto é,  $k = 0$ , caso exista uma densidade de energia crítica na forma  $\rho_{cri} = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}$ . Por conveniência, define-se um novo parâmetro adimensional de densidade total em relação à densidade crítica na forma:



$$\Omega_{total} \equiv \frac{\rho_{total}}{\rho_{cri}} = \frac{8\pi G \rho_{total}}{3H(t)^2}. \quad (2.24)$$

Assim, a equação (2.23) torna-se

$$1 - \Omega_{total} = \Omega_k = -\frac{k}{a^2 H(t)^2} = \begin{cases} \Omega_{total} = 1, \Omega_k = 0, k = 0 \text{ (Universo plano)} \\ \Omega_{total} < 1, \Omega_k > 1, k = -1 \text{ (Universo aberto)} \\ \Omega_{total} > 1, \Omega_k < 1, k = +1 \text{ (Universo fechado),} \end{cases} \quad (2.25)$$

onde  $\Omega_k + \Omega_{total} = 1 \Rightarrow \Omega_M + \Omega_r + \Omega_k + \Omega_\Lambda + \Omega_x = 1$  (veja a Figura 2.7 [38]), os quais possuem valores definidos:  $\Omega_M \equiv \rho_M / \rho_{cri} = 8\pi G \rho_M / 3H(t)^2$  (parâmetro de densidade de energia da matéria);  $\Omega_r \equiv \rho_r / \rho_{cri} = 8\pi G \rho_r / 3H(t)^2$  (parâmetro de densidade de energia da radiação);  $\Omega_\Lambda \equiv \rho_\Lambda / \rho_{cri} = \Lambda / 3H(t)^2$  (parâmetro de densidade de energia da constante cosmológica);  $\Omega_k \equiv -\rho_k / \rho_{cri} = -k / a^2 H(t)^2$  (parâmetro de densidade de energia da curvatura espacial) e  $\Omega_x \equiv \rho_x / \rho_{cri} = 8\pi G \rho_x / 3H(t)^2$  (parâmetro de densidade de energia da componente  $x$  do fluido cosmológico).

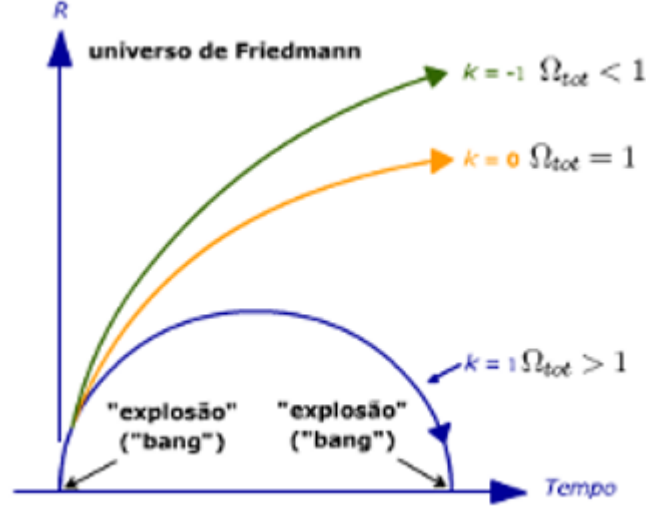


Figura 2.7: Evolução do fator de escala para cada modelo cosmológico de Friedmann-Lemaître em função do tempo. Para um espaço plano, fechado e hiperbólico.

Para o presente momento ( $t_0$ ), os parâmetros descritos acima modificam-se em:  $\Omega_{0M} + \Omega_{0r} + \Omega_{0k} + \Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0x} = 1$ , os quais também possuem valores definidos:  $\Omega_{0M} \equiv \rho_{0M} / \rho_{cri} = 8\pi G \rho_{0M} / 3H_0^2$ ;  $\Omega_{0r} \equiv \rho_{0r} / \rho_{cri} = 8\pi G \rho_{0r} / 3H_0^2$ ;  $\Omega_{0\Lambda} \equiv \rho_{0\Lambda} / \rho_{cri} = \Lambda / 3H_0^2$ ;  $\Omega_{0k} \equiv -\rho_{0k} / \rho_{cri} = -k / a_0^2 H_0^2$  e  $\Omega_{0x} \equiv \rho_{0x} / \rho_{cri} = 8\pi G \rho_{0x} / 3H_0^2$ .

Por fim, ao utilizarmos as definições dos parâmetros de densidade de energia medidos hoje, citados anteriormente, com o auxílio do parâmetro de Hubble, na forma  $H(t) \equiv H_0 E(t)$ , na equação de Friedmann (2.14), pode-se encontrar

$$H(t)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_M \left( \frac{a_0}{a(t)} \right)^3 + \Omega_r \left( \frac{a_0}{a(t)} \right)^4 + \Omega_k \left( \frac{a_0}{a(t)} \right)^2 + \Omega_\Lambda \right], \quad (2.26)$$

onde

$$E(t) = \sqrt{\Omega_{0M} \left( \frac{a_0}{a(t)} \right)^3 + \Omega_{0r} \left( \frac{a_0}{a(t)} \right)^4 + \Omega_{0k} \left( \frac{a_0}{a(t)} \right)^2 + \Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0x} \left( \frac{a_0}{a(t)} \right)^{3(1+\omega_x)}}. \quad (2.27)$$

O estudo da aceleração do Universo através de modelos cosmológicos é geralmente realizado segundo a definição do parâmetro de desaceleração, definido por

$$q(t) = -\frac{1}{H(t)^2} \frac{\ddot{a}}{a} = \frac{4\pi G}{3H(t)^2} \left( \sum_i \rho_i + 3 \sum_i p_i \right) - \frac{1}{3} \frac{\Lambda}{H(t)^2}, \quad (2.28)$$

ou melhor por

$$q(t) = \frac{\Omega_M}{2} + \Omega_r - \Omega_\Lambda + \sum_x \frac{\Omega_x}{2} (1 + \omega_x), \quad (2.29)$$

que para o presente momento, esta equação torná-se-á

$$q_0 = \frac{\Omega_{0M}}{2} + \Omega_{0r} - \Omega_{0\Lambda} + \sum_x \frac{\Omega_{0x}}{2} (1 + 3\omega_{0x}), \quad (2.30)$$

e, portanto, a taxa de expansão do Universo é constante se  $q_0 = 0$ , acelerada se  $q_0 < 0$  e desacelerada se  $q_0 > 0$ . Entretanto, recentes observações mostraram, utilizando dados de SNe Ia, que a atual fase do Universo é acelerada ([39], [40]). Assim, o principal objetivo da cosmologia observacional é estimar possíveis valores para diversos parâmetros cosmológicos a partir das mais diversas observações e técnicas observacionais.

### 2.1.3 Alguns Aspectos Observacionais

- **Redshift Cosmológico:**

O interesse renomado em estudar-se *redshift* cosmológico provém da sua dependência com o fator de escala  $a(t)$ , uma vez que, o mesmo surge quando a fonte e o observador

estão separados por distâncias relativamente grandes em um Universo que se encontra no estado de expansão, ou contração. Quantitativamente o *redshift* pode ser definido na seguinte forma:

$$z \equiv \frac{\lambda_{obs} - \lambda}{\lambda}, \quad (2.31)$$

onde o termo  $\lambda_{obs}$  corresponde ao comprimento de onda observado ao atingir o seu observador distante e  $\lambda$  é o comprimento de onda medido na fonte, tornando a grandeza  $z$  uma medida adimensional. Nota-se que, se  $z < 0$  temos um *blueshift*, ou melhor, um desvio para o azul.

Para poder estudar o *redshift* em relação ao fator de escala, deve-se considerar um observador que ocupa a origem de um sistema de coordenadas do tipo FLRW observando um sinal de luz emitido por uma galáxia distante que se propaga na coordenada radial deste sistema. Devido a homogeneidade e isotropia do Universo em conjunto a esta situação, pode-se definir as coordenadas de emissão e observação, respectivamente, por  $(t, r_1, 0, 0)$  e  $(t_{obs}, 0, 0, 0)$ . Porém, sabe-se que um sinal de luz propaga-se ao longo de uma geodésica nula, ou seja  $ds^2 = 0$ . Assim, a equação (2.6) possuirá a forma:

$$0 = dt^2 - a(t)^2 \frac{dr^2}{1 - kr^2}, \quad (2.32)$$

e trivialmente resultará em

$$dt = \pm a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.33)$$

Considerando que um raio de luz propaga-se em direção à origem das coordenadas ( $-\hat{r}_1$ ) e integrando essa equação, é possível obter o valor

$$\int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = - \int_{r_1}^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.34)$$

Por outro lado, supondo que a fonte emite sinais de luz em um intervalo de tempo  $\delta t$ , um sinal que é emitido no tempo  $t$  e o segundo sinal de tempo por  $t + \delta t$ , o observador também obedece a esta propriedade com o segundo sinal de detecção obtendo a forma  $t_{obs} + \delta t_{obs}$ , em geodésicas nulas, e assim a equação (2.34) terá a forma:

$$\int_{t+\delta t}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.35)$$

Comparando as equações (2.34) e (2.35), pode-se concluir que

$$\int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t+\delta t}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{dt}{a(t)}, \quad (2.36)$$

da qual resulta em

$$\int_t^{t+\delta t} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_{obs}}^{t_{obs}+\delta t_{obs}} \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.37)$$

Devido  $\delta t$  ser muito pequeno, a parte  $1/a(t)$  permanece constante durante este pequeno intervalo, resultando em:

$$\frac{\delta t}{a(t)} = \frac{\delta t_{obs}}{a(t_{obs})}. \quad (2.38)$$

Sendo os sinais de luz cristas de ondas subsequentes, a frequência emitida e observada são respectivamente dadas por  $\nu = 1/\delta t$  e  $\nu_{obs} = 1/\delta t_{obs}$ . Em relação ao comprimento dos sinais de onda emitido e observado, têm-se respectivamente  $\lambda = 1/\nu$  e  $\lambda_{obs} = 1/\nu_{obs}$ .

Utilizando-as na equação (2.38), pode-se obter

$$\begin{cases} \nu_{obs} = \nu \frac{a(t)}{a(t_{obs})} \\ \lambda_{obs} = \lambda \frac{a(t_{obs})}{a(t)}. \end{cases} \quad (2.39)$$

Substituindo as equações (2.39) na definição de *redshift*, obtêm-se por fim:

$$1 + z = \frac{a(t_{obs})}{a(t)}, \quad (2.40)$$

ou seja, *redshift* da luz é determinado pela razão entre o fator de escala de observação pelo o fator de escala de emissão. Assim, através da medição do *redshift* da fonte podemos relacionar o fator de escala medido hoje com o fator de escala medido no instante em que a luz foi emitida. Entretanto, é importante ressaltar que a dedução aqui apresentada considerou que o emissor e o observador eram comóveis com a expansão. Por outro lado, o fator de escala é maior que o medido,  $a(t_{obs}) > a(t)$ , resultando assim em  $z > 0$ , ou seja, um desvio para o vermelho indicando que o Universo se expande. Caso contrário,  $z < 0$  indicaria uma contração do Universo (*blueshift*). Logo, conclui-se que o *redshift* é uma consequência da expansão do espaço-tempo provocado por um alongamento no comprimento de onda da radiação em trânsito [34].

- **Distância Comóvel e Distância própria:**

Medir distância entre dois pontos em um Universo homogêneo e isotrópico em expansão não é algo trivial devido o próprio está sujeito a confusões conceituais, requerendo bastante cuidado ao analisar diferentes técnicas de medição de distâncias. Na métrica FLRW, a distância comóvel (não observada), distância entre dois observadores no referencial comóvel com a expansão do Universo, é definida por<sup>8</sup> [41]

$$D_c \equiv \int_t^{t_{obs}} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.41)$$

a qual possui valor  $\arcsin(r_1)$  para  $k = +1$ ,  $\operatorname{arcsenh}(r_1)$  para  $k = -1$  e  $r_1$  para  $k = 0$ . Devido a uma restrição de cálculos auxiliado pela definição do parâmetro de Hubble,  $H(t) = H_0 E(t)$ , pode-se reescrever trivialmente a equação (2.41) por:

$$D_c = \frac{1}{H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad (2.42)$$

onde  $E(z')$  é definido fazendo a substituição  $a = (1 + z)^{-1}$ , na qual está contida toda a física e possui a forma

$$E(z) = \sqrt{\Omega_{0\Lambda} + \Omega_{0M}(1+z)^3 + \Omega_{0r}(1+z)^4 + \Omega_{0k}(1+z)^2 + \Omega_{0x}(1+z)^{3(1+\omega_x)}}. \quad (2.43)$$

Outra distância geometricamente útil é a distância própria, definida em termos da distância comóvel na forma

$$D_p \equiv a(t)D_c = \frac{1}{(1+z)H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}. \quad (2.44)$$

A distância própria aumenta ou diminui de acordo com a expansão ou a contração uniforme do espaço, respectivamente. Uma consequência simples da definição da distância própria é que analisando a taxa de variação da distância própria em relação ao tempo cósmico, para  $t = t_0$  (no momento presente) pode-se obter a lei de Hubble na forma  $v_p = H_0 D_p$  (ver mais detalhes em [34]). Entretanto, é importante enfatizar que não se pode medir diretamente  $D_p$  nem  $D_c$ . Porém, existem duas outras formas de medir distâncias físicas no Universo, as quais são suscetíveis de serem obtidas através das observações astronômicas. São elas: Distância de Luminosidade e Distância de Diâmetro Angular, melhores discutidas no próximo item.

---

<sup>8</sup>Considerando  $c = 1$  e  $a_o = 1$ .

- **Distância de Luminosidade e Distância de Diâmetro Angular:**

### Distância de Luminosidade

Pode-se determinar a distância física (real) de um objeto astronômico caso saibamos a luminosidade absoluta que tal objeto possui, pois a luminosidade pode fornecer o seu fluxo de luz. Assim, a luminosidade aparente  $l_{apa}$  de uma fonte que possui luminosidade absoluta  $L_{abs}$  no *redshift*  $z$  é calculado por:

$$l_{apa} = \frac{L_{abs}}{A} = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.45)$$

onde  $l_{apa}$  é a energia que atravessa cada unidade de área ( $A$ ) de uma superfície imaginária de raio  $d$  igual a distância da fonte até o observador<sup>9</sup> e  $L_{abs}$  é a energia total emitida por segundo de uma fonte luminosa.

Para um Universo que possui geometria FLRW em expansão e sabendo que possíveis fontes astronômicas se encontram distantes de nós ( $z > 0, 1$ ), a equação (2.45) precisa ser modificada de acordo com as exigências requeridas para este tipo de configuração. Diante disto, sendo  $t_0$  o tempo em que a luz atinge o observador, a área própria de um objeto que passa pelo observador é dada segundo a métrica FLRW na forma  $A = 4\pi a_0^2 r_1^2$ , onde  $r_1$  é a coordenada radial comóvel do observador, e considerando válida a equação (2.40) para esta configuração, pode-se então obter a expressão mais correta para a luminosidade aparente<sup>10</sup> [33]:

$$l_{apa} = \frac{L}{4\pi(a_0 r_1)^2(1+z)^2}. \quad (2.46)$$

Diante disto, é consentido definir Distância de Luminosidade (DL) como sendo a distância que mantêm válida a equação (2.46) na forma

$$D_L = \left( \frac{L_{abs}}{4\pi l_{apa}} \right)^{\frac{1}{2}} = a_0(1+z)r_1. \quad (2.47)$$

Por outro lado, supondo que a fonte luminosa irradie sua luminosidade de forma isotrópica e que o espaço interestelar seja transparente, ou seja, de modo a radiação desta fonte não seja absorvida pelo meio, sua luminosidade seria distribuída em uma superfície

---

<sup>9</sup>A esfera imaginária possui a fonte luminosa no centro da mesma.

<sup>10</sup>Considerando  $c = 1$ .

de área  $S$  que aumenta com  $d^2$ . Logo, a coordenada  $r_1$  segundo a métrica FLRW será dada por

$$r_1(z) = S \left[ \int_{t(z)}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \right], \quad (2.48)$$

onde

$$S_y = \begin{cases} \text{sen}(y), \text{ para } k = +1 \\ \text{senh}(y), \text{ para } k = -1 \\ y, \text{ para } k = 0. \end{cases} \quad (2.49)$$

Em relação ao *redshift*  $z$ , a equação (2.48) pode ser reescrita por

$$r_1(z) = S \left[ \int_0^z \frac{dz'}{a_0 H(z')} \right] = S \left[ \frac{1}{a_0 H_0} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right], \quad (2.50)$$

e, portanto, substituindo (2.50) na (2.47), obtêm-se

$$D_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0} S \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad (2.51)$$

a qual pode ser reescrita em relação ao parâmetro de curvatura  $\Omega_{0k} = -k/a_0^2 H_0^2$ , pois tal relação é válida para qualquer curvatura [33]:

$$D_L(z) = \frac{(1+z)}{\Omega_{0k}^{1/2} H_0} \text{sinh} \left[ \Omega_{0k}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right]. \quad (2.52)$$

### Distância de Diâmetro Angular

A distância de diâmetro angular (DDA) compara a dimensão física junto ao tamanho angular dos corpos astronômicos que ocupam o Universo, desde que o comprimento próprio de uma fonte astronômica seja conhecido. Sendo assim, tal conhecimento permite usar determinadas fontes como réguas padrão<sup>11</sup> ao considerar que um corpo mantém-se adjunto à gravidade de modo a sofrer modificações devido a expansão. Considerando uma fonte luminosa que possui coordenada radial comóvel  $r_1$ , a qual emite informações luminosas em um tempo  $t_1$ , sendo a mesma observada hoje estando subtendida em um pequeno diâmetro angular  $\theta$  que se estende por uma distância própria  $S$  (normal à linha

---

<sup>11</sup>Cientistas contornam a dificuldade de calcular distâncias no Universo ao utilizar noções da física e da matemática bem consolidadas, elaborando assim técnicas que permitam a medições de distâncias no Universo.

de visada) igual a  $a(t_1)r_1\theta$ , definimos a DDA de maneira análoga a geometria euclidiana na forma

$$D_A = \frac{S}{\theta} = a(t_1)r_1, \quad (2.53)$$

substituindo a equação (2.50) na (2.53), é possível obter (considerando  $c = 1$ )

$$D_A(z) = \frac{1}{H_0(1+z)} S \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad (2.54)$$

ou em termos do parâmetro de curvatura na forma

$$D_A(z) = \frac{1}{\Omega_{ok}^{1/2} H_0(1+z)} \sinh \left[ \Omega_{ok}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right]. \quad (2.55)$$

Ao compararmos as equações (2.55) e (2.52), observa-se que a DL e a DDA se relacionam por uma equação que é função do *redshift* por

$$\frac{D_L}{D_A}(1+z)^{-2} = 1, \quad (2.56)$$

onde em baixos *redshifts* ( $z \ll 1$ ) implicaria em  $D_L = D_A = D_p$ . Na literatura cosmológica, essa expressão é conhecida por Relação de Dualidade da Distância Cósmica (RDDC). Tal relação provém do teorema de Reciprocidade<sup>12</sup> de Etherington, estipulando que se uma certa fonte astronômica e um devido observador encontram-se em movimento relativo, os ângulos sólidos latentes entre os mesmos estão relacionados por invariantes geométricas na qual o *redshift* da fonte medida pelo observador se encontra nesta relação [17]. Assim, a hipótese básica para validação do teorema de reciprocidade é que a luz propaga-se em geodésicas nulas em um espaço-tempo Riemanniano. Portanto, a versão mais útil do teorema de reciprocidade em observações astronômicas é a própria RDDC, a qual é válida caso obedeça as restrições citadas anteriormente e que o número de fótons que propagam por essas geodésicas seja conservado, a qual é válida para todos os modelos cosmológicos que são baseadas na geometria Riemanniana e são completamente independentes das equações de campo de Einstein e da natureza da matéria.

Por outro lado, nenhuma suposição a respeito do material energético do universo nem a validade do princípio cosmológico foram feitas, de modo que, a RDDC independesse

---

<sup>12</sup>Ou relação de reciprocidade, considerada uma peça fundamental para poder-se interpretar algumas observações astronômicas e cosmológicas, demonstração mais compacta em [42].



das componentes do modelo adotado, da homogeneidade e isotropia do Universo. Sendo assim, tal ferramenta torna-se um dos principais motivos de investigação do presente trabalho, na qual verifica as consequências físicas de uma violação da RDDC com uma possível variação da constante de estrutura fina<sup>13</sup> a partir de dados observacionais de aglomerados de galáxias. Todavia, caso a RDDC não seja validada, atenua-se esta relação por um parâmetro  $\eta$  na forma

$$\frac{D_L}{D_A}(1+z)^{-2} = \eta. \quad (2.57)$$

O devido parâmetro  $\eta$  deve ser restringido por observações e dados experimentais, caso houver uma não ratificação da RDDC ( $\eta \neq 1$ ), deve-se então investigar as possíveis causas desta não corroboração e, conseqüentemente, revisar os conceitos fundamentais sobre distância em cosmologia. Por exemplo, os autores da referência [19] desenvolveram uma técnica capaz de investigar possíveis violações na RDDC utilizando observações da fração de massa de gás de aglomerado de galáxias via  $ESZ/S_X$ , no qual nenhuma violação da mesma foi encontrada; por outro lado, a validade da RDDC tem sido amplamente discutida através de medições de DDA de aglomerados de galáxias com a DL de Supernovas Tipo Ia (SNE Ia) ([43], [44]), consistentes também com uma não violação da mesma; uma possível variação das constantes fundamentais tem sido investigada devido às verificações na validade da RDDC<sup>14</sup> [45]; a variação do espectro da Radiação Cósmica de Fundo (RCF) [46] também é verificado na validação da RDDC; entre outros testes.

No que segue, iremos abordar nos capítulos seguintes uma investigação sobre uma possível variação da constante de estrutura fina devido às verificações na validade da própria RDDC utilizando dados de aglomerados de galáxias.

---

<sup>13</sup>Melhor discutido no capítulo 4.

<sup>14</sup>Constituindo a um dos objetivos principais desta dissertação, melhor discutido nos próximos capítulos.

# Capítulo 3

## Observáveis Padrão

Neste capítulo, iremos discutir as principais características de aglomerados de galáxias que são necessárias para o desenvolvimento do presente trabalho. Sendo assim, discutiremos a importância que os mesmos detêm para o desenvolvimento da cosmologia, obtendo medidas observacionais que são amplamente utilizadas. No final do capítulo finalizaremos com uma discussão sobre as Supernovas do tipo Ia.

### 3.1 Aglomerados de Galáxias

Através de observações em fotografias do céu por um telescópio, telescópio *Hubble* por exemplo, pode-se facilmente notar que as galáxias tendem a existir em grupos ou em aglomerados pelo Universo, raramente isoladas ou distribuídas uniformemente. Assim, a maioria das galáxias no Universo (60% – 70%) concentram-se em aglomerados, onde 50% dos seus constituintes encontram-se em uma região  $< 1Mpc$ , cuja classificação dessas estruturas se dá pelo número de aglomerados:

- **Aglomerados pobres:** mais conhecidos por grupos, são estruturas com até  $\approx 50$  galáxias do tipo espirais e irregulares<sup>1</sup>;
- **Aglomerados ricos:** são as maiores estruturas do Universo, contendo  $10^2 - 10^3$  aglomerados ligados gravitacionalmente e regulares<sup>2</sup>, com massa entre  $10^{14} - 10^{15}$  massas solares e possuem luminosidade na ordem de  $10^{43} - 10^{46} erg/s$ . Além disso,

---

<sup>1</sup>Aglomerados que ainda encontram-se no processo de evolução, galáxias elípticas.

<sup>2</sup>Aglomerados que estão em um estado relaxado perante a evolução, galáxias espirais.

possuem uma temperatura que gira em torno de  $1 - 10\text{KeV}$  e emissão em raios-X via radiação *bremsstrahlung* térmico.

Por outro lado, essas estruturas representam o resultado final das perturbações na densidade do Universo primordial (ver figura 3.1). Com o aumento nas perturbações de densidade devido a evolução do Universo e à força gravitacional, tais estruturas tomaram a forma rudimentar mostrada na figura 3.2.

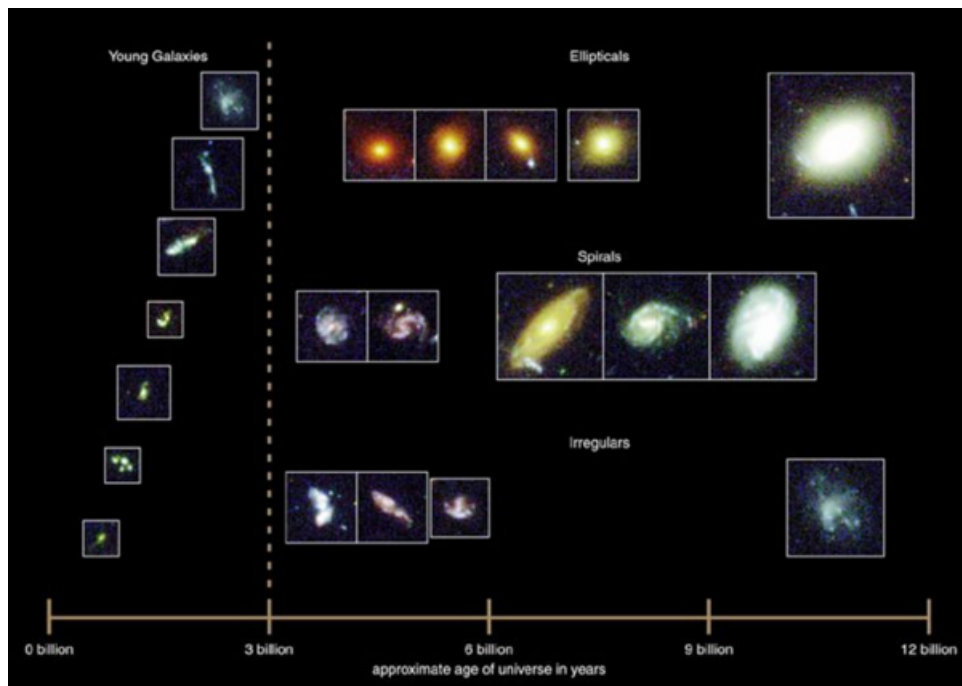


Figura 3.1: Formação e evolução das galáxias (Pearson Education, publishing as Addison Wesley, 2004).

Em relação à composição dos aglomerados, é estimado que 80% de sua massa é matéria escura, a qual interage apenas gravitacionalmente, e é detectada por seus efeitos dinâmicos e lentes gravitacionais. As galáxias contabilizam  $\approx 2 - 3\%$  da massa total do aglomerado e o gás do Meio Intra-Aglomerado (MIA), o qual possui temperatura média da ordem de  $10^7 - 10^8\text{K}$  e densidade central de  $10^{-3} - 10^{-2}$  partículas/ $\text{cm}^3$ , corresponde a cerca de 17 - 18% da massa total do aglomerado. Entretanto, a detecção do Meio Intra-Aglomerado se dá através de três processos:

- Efeito da pressão sobre o gás frio realizado no interior das galáxias, assim como mostra a figura 3.3 [41];



Figura 3.2: Imagem em longa exposição do céu pelo Telescópio Espacial Hubble (Fonte: HUBBLESITE.org).

- Emissão *bremsstrahlung* (ou emissão *free-free*): o gás do MIA é extremamente rarefeito com elevada temperatura e baixa densidade, tornando-o extremamente ionizado e opticamente fino. Sendo assim, o espalhamento dos elétrons livres ocorre devido aos íons energéticos do gás, produzindo uma radiação *bremsstrahlung* observada em raios-X.
- Efeito Sunyaev-Zel'dovich: ou efeito compton inverso, onde os elétrons energéticos do MIA espalham/interagem os fótons da RCF, fazendo com que os elétrons percam energia e os fótons que atravessam o aglomerado tornem-se mais energéticos.

O efeito SZ e a radiação *bremsstrahlung* serão melhores discutidos mais adiante.

## 3.2 Radiação em Raios-X nos Aglomerados de Galáxias

As primeiras observações de aglomerados de galáxias por raios-X foram feitas em 1966 ao identificarem uma fonte extensa como sendo o aglomerado de Coma. Assim, o desenvolvimento da astronomia devido a este fenômeno foi desencadeado em 1970 pelo satélite UHURU (ver figura 3.4), o qual confirmou que os aglomerados são de fato fontes extensas emissoras de raios-X no céu galáctico ([47], [48]), possuindo uma luminosidade característica na ordem  $L_X \sim 10^{43} - 10^{45} \text{ erg/s}$ .

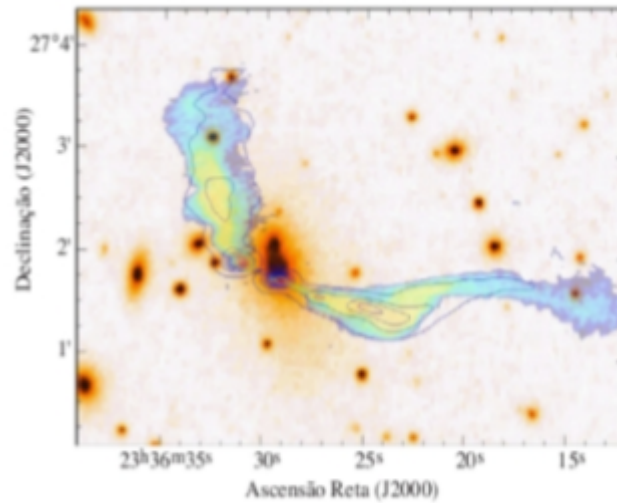


Figura 3.3: Emissão em rádio da galáxia elíptica NGC 7720 no aglomerado de Abell 2634. Os tons em azul com curvas de nível representam a emissão em rádio devido ao movimento da galáxia em relação ao MIA.

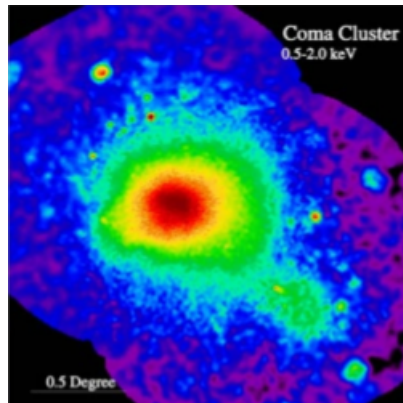


Figura 3.4: Imagem em raios-X do aglomerado Coma. [chandra.harvard.edu/photo2002](http://chandra.harvard.edu/photo2002).

O principal mecanismo de emissão em raios-X é o *bremstrahlung* térmico (emissão livre-livre) em um gás quente composto por hidrogênio ionizado que permeia o MIA. O processo de radiação *bremstrahlung* térmico ocorre devido às interações existentes entre os elétrons livres do MIA no campo coulombiano com o núcleo atômico dos prótons, ou seja, os elétrons livres são acelerados quando os mesmos interagem com os prótons do plasma e emitem radiação. Logo, a emissividade *bremstrahlung* térmica (energia em unidades de volume, frequência e tempo) em uma frequência  $\nu$  de um íon de carga  $Z$ , inserido em um plasma que possui temperatura  $T_G$  é dada por ([15], [49])

$$\varepsilon_{\nu}^{ff} = \frac{dE}{dV d\nu dt} = \frac{2^5 \pi e^6}{3 m_e c^3} \left( \frac{2\pi}{3 m_e k} \right)^{1/2} Z^2 \eta_i \eta_e g_{ff}(E, T_e) T_G^{-1/2} e^{-\frac{h\nu}{kT_G}}, \quad (3.1)$$

onde  $g_{ff}(E, T_e)$  é o fator Gaunt, que leva em conta os efeitos quânticos e relativísticos da radiação *bremsstrahlung* térmico de 1ª ordem.

Por outro lado, o brilho superficial em raios-X, isto é, energia por unidade de tempo e de área [fótons/cm<sup>2</sup>/arcsec<sup>2</sup>],  $S_X$ , medido por um observador na Terra de um aglomerado de galáxias que possui um comprimento típico  $L$  na linha de visada é

$$S_X \sim \frac{V}{4\pi D_L^2} \overline{\eta_e \eta_p T_e^{1/2}}, \quad (3.2)$$

onde o volume  $V$  de um aglomerado é dado por meio da sua distância de diâmetro angular,  $V = D_A^2 \theta^2 L$ , levando à

$$S_X \sim \frac{\theta^2}{4\pi} \frac{D_A^2}{D_L^2} \overline{L \eta_e \eta_p T_e^{1/2}}. \quad (3.3)$$

De acordo com a cosmologia padrão, a Relação de Dualidade de Distância Cósmica (RDDC), descrita por  $D_A/D_L = 1/(1+z)^2$ , implicará em

$$S_X \sim \frac{\theta^2}{4\pi} \frac{1}{(1+z)^4} \overline{L \eta_e \eta_p T_e^{1/2}}. \quad (3.4)$$

Portanto, as intensidades da emissão em raios-X indicam as magnitudes da densidade do plasma, ao contrário da temperatura que indica fenômenos dinâmicos que estejam ocorrendo no aglomerado, por exemplo resfriamento radioativo (ver figura 3.5).

O *Chandra X-ray Observatory* da NASA é um telescópio projetado para detectar emissões em raios-X em regiões muito quentes do Universo, como Super Novas, aglomerados de galáxias e buracos negros, pelo qual tem sido o atual instrumento de investigação de fenômenos extragaláticos em raios-X.

### 3.3 Efeito Sunyaev-Zel'dovich

Sabe-se que o efeito Compton, ou simplesmente espalhamento Compton, é uma colisão entre um fóton energético com um elétron. Parte da energia é transferida para o elétron e o restante desta energia incidente é espalhada na forma de outro fóton ( $h\nu', \lambda'$ ),



Figura 3.5: Telescópio Chandra, observações em raios-X, revela as enormes quantidades de gás quente que permeiam cada aglomerado de galáxias, MACS J0416.1-2403 e MACS J0717.5+3745. Fonte: [chandra.si.edu/photo/2016](http://chandra.si.edu/photo/2016)

onde a energia após o espalhamento depende do ângulo de espalhamento  $\theta$ , como mostra a figura 3.6, e quantizado na forma [50]:

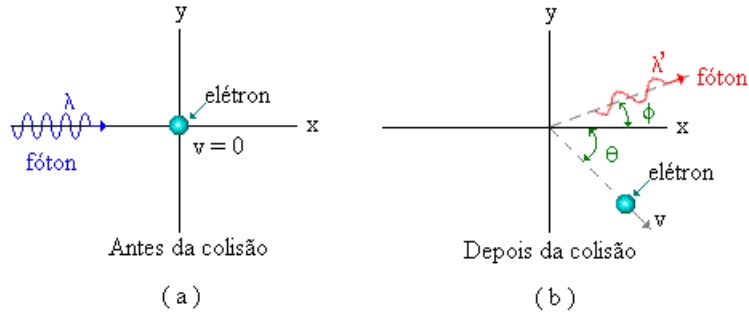


Figura 3.6: Efeito Compton, espalhamento do fóton por elétron.

$$h\nu'(\theta) = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{mc^2}(1 - \cos\theta)}. \quad (3.5)$$

Esse efeito é predominante a fótons com energias intermediárias e por isso a probabilidade de ocorrer este efeito depende da energia do raio incidente e do número atômico do material.

Por outro lado, sabe-se que a RCF, embora considerada isotrópica, apresenta pequenas anisotropias<sup>3</sup> da ordem  $10^{-5}$  que fornecem informações sobre a estrutura do Universo na era da Recombinação<sup>4</sup> ( $z \approx 1000$ ). Todavia, um efeito presente no MIA é o espa-

<sup>3</sup>São deformações no espectro de corpo negro da RCF.

<sup>4</sup>Era onde o Universo vai se tornando visível quando a luz começa a espalhar pelo espaço livremente.



lhamento Compton Inverso, onde o material ionizado provoca uma distorção do espectro da radiação cósmica de fundo. Esse fenômeno é conhecido por Efeito Sunyaev-Zel'dovich (ESZ) ([14], [51], [52]), o qual surge quando um fóton da RCF percorre em uma região de comprimento  $l$  de um aglomerado e interage com os elétrons aquecidos (energéticos) presentes no MIA. Em outras palavras, ao cruzar uma região onde a densidade de elétrons é  $\eta(\nu)$ , a interação se processa através da Seção de Choque de Thomson<sup>5</sup> ( $\sigma_T$ ), resultando em um número de interações  $\sigma_T \eta(\nu) c dt$ . Supondo que  $T_e$  e  $T_r$  são as temperaturas do elétron e do gás de fótons, respectivamente, para cada interação os elétrons transferem uma energia da ordem  $K(T_e - T_r)$  para os fótons, ou seja, como a temperatura dos elétrons na região dos aglomerados de galáxias é muito superior a temperatura da radiação de fundo ( $> 10^8 K$ ), ocorre uma transferência de energia que aquece o gás de fótons, ocasionando uma distorção no seu espectro de radiação.

Se  $l$  for o tamanho da região ao longo da linha de visada e  $\lambda_\nu$  o livre caminho médio dos fótons em um espalhamento Thomson,  $l \gg \lambda_\nu$  indica que os fótons sofrem mais espalhamentos e  $l \ll \lambda_\nu$  indica que os elétrons sofrem mais espalhamento. Diante disto, podemos definir uma profundidade óptica  $\tau$  na forma:

$$\tau \equiv \frac{l}{\lambda_e} = \eta_e \sigma_T l, \quad (3.6)$$

onde caso  $\tau \gg 1$  indica que o espalhamento é forte. Por exemplo, para um aglomerado típico que possui uma densidade eletrônica  $\sim 10^{-3} cm^{-3}$ , um comprimento  $l \approx 1 Mpc$ , tem-se que a profundidade óptica é  $\tau \approx 10^{-3} \pm 10^{-2}$ , ou seja, apenas uma pequena fração de fótons de uma fonte deverá ser espalhada pelo ESZ ao atravessar o MIA. Um fato interessante a respeito do ESZ é que tal ferramenta de investigação da estrutura do Universo é independente do *redshift* o qual é observado. Por fim, pode-se observar dois tipos de ESZ, o ESZ térmico e o ESZ cinemático, onde o ESZ térmico é do nosso interesse e será melhor discutido a seguir.

### 3.3.1 Efeito Sunyaev-Zel'dovich Térmico

Os elétrons arrefecidos que permeiam o gás que compõe o MIA são muito mais energéticos que os fótons da RCF, onde a temperatura dos elétrons é muito maior que a temperatura dos fótons ( $K_B T_e \gg K_B T_{RCF}$ ). Assim, devido à interação existente entre

---

<sup>5</sup>Probabilidade de interação da energia com as características de uma partícula.



os elétrons e os fótons desta configuração, os fótons da RCF ganham energia tornando-se mais energéticos, interação conhecida por ESZ (ver figura 3.7). Ao se tornarem mais energéticos, tais fótons tem o espectro planckiano modificado, sendo deslocados da região de Rayleigh-Jeans (baixas frequências) para a região de Wien (altas frequências) do espectro de corpo negro, pois sabe-se que a energia é diretamente proporcional a frequência ( $E = h\nu$ ). Esta perturbação causada por uma distribuição térmica dos elétrons energéticos é denominado de ESZ térmico.

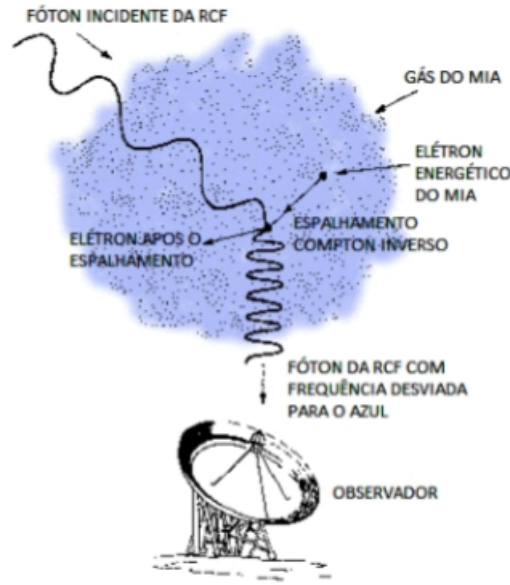


Figura 3.7: Representa o efeito Sunyaev-Zel'dovich térmico, elétrons energéticos do MIA doam energia aos fótons da RCF por efeito SZ. Retirado de [russianic.com/people/general/z/141](http://russianic.com/people/general/z/141).

Partindo da equação de Kompaneets<sup>6</sup> (1957), a qual descreve no limite não-relativístico como uma partícula  $\alpha$ , descrita pela função  $\eta_\alpha(x, \vec{v}, t)$ , se comporta devido às perturbações produzidas em um campo de radiação isotrópico causado pelo efeito Compton inverso, e considerando a conservação do número de fótons, as mudanças no número de ocupação  $\eta$  no processo de difusão de fótons em um gás de elétrons é dado por:

$$\frac{\partial \eta}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left( \frac{\partial \eta}{\partial x_e} + \eta^2 + \eta \right) \right], \quad (3.7)$$

onde  $x_e$  é um parâmetro adimensional definido por  $x_e \equiv h\nu/K_B T_e$  e  $y$  conhecido por

<sup>6</sup>Uma solução particular da equação de difusão dos fótons no espaço proposto por Boltzmann.

parâmetro de comptonização<sup>7</sup>. Para um campo de radiação que atravessa um gás de elétrons, o parâmetro de comptonização é expresso por

$$y = \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int \eta_e(l) K_B T_e(l) dl, \quad (3.8)$$

com a integral sendo realizada ao longo da linha de visada,  $\eta_e$  e  $T_e$  são a densidade e a temperatura eletrônica no gás, respectivamente.

O interesse de trabalhar com a técnica do ESZ provém primeiramente em estudar como as distorções no espectro da RCF ocorrem devido às interações com os elétrons energéticos que permeiam o gás do MIA. Sendo assim, sabe-se que os elétrons possuem altas temperaturas, maiores que a temperatura da RCF, acarretando em  $x_e \ll 1$  devido a  $h\nu \ll K_B T_e$  e, conseqüentemente, têm-se  $\partial\eta/\partial x_e \gg \eta^2$  e  $\partial\eta/\partial x_e \gg \eta$ . Logo, a equação (3.7) torna-se

$$\frac{\partial\eta}{\partial y} = \frac{1}{x_e^2} \frac{\partial}{\partial x_e} \left[ x_e^4 \left( \frac{\partial\eta}{\partial x_e} \right) \right]. \quad (3.9)$$

Devido à homogeneidade presente no lado direito desta equação, é permitido substituir  $x_e$  por  $x$ , onde  $x = h\nu/K_B T_{RCF}$  é um parâmetro adimensional independente do *redshift*, tendo em vista que  $\nu = \nu_0(1+z)$  e  $T_{RCF} = T_0(1+z)$  resultando em  $x = h\nu_0/K_B T_0$ . Logo, resolvendo-a em relação a  $x$ , tem-se

$$\frac{\partial\eta}{\partial y} = \frac{1}{x^2} \left[ 4x^3 \left( \frac{\partial\eta}{\partial x} \right) + x^4 \left( \frac{\partial^2\eta}{\partial x^2} \right) \right]. \quad (3.10)$$

Por outro lado, sabe-se que o número de ocupação de estados de energia  $\eta$  para um gás de fótons é dado pela estatística de Bose-Einstein na forma

$$\eta = \frac{1}{e^{h\nu/K_B T_{RCF}} - 1} = \frac{1}{e^x - 1}, \quad (3.11)$$

e estando os fótons em equilíbrio termodinâmico, a intensidade específica de radiação ( $I_\nu$ ) segue uma distribuição planckiana [53] na forma

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left( \frac{1}{e^x - 1} \right) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \eta. \quad (3.12)$$

---

<sup>7</sup>Está relacionada ao ganho total de energia pelos fótons.

Para uma nuvem eletrônica opticamente fina com baixas temperaturas,  $y$  torna-se muito pequeno. Deste modo, é válido a aproximação  $\partial\eta/\partial y \approx \Delta\eta/y$ , que por simplicidade descreverá a mudança espectral causada pelo efeito Compton Inverso na forma

$$\frac{\Delta\eta}{y} = \frac{xe^x}{(e^x - 1)^2}(x \coth(x/2) - 4), \quad (3.13)$$

ou melhor por,

$$\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{yxe^x}{(e^x - 1)}(x \coth(x/2) - 4). \quad (3.14)$$

A variação da intensidade específica da radiação observada devido ao ESZ pode ser deduzida a partir da equação (3.12) em termos da variação do número de ocupação, possuindo a forma  $\Delta I_{ESZ} = (2h\nu^3/c^2)\Delta\eta$  e conseqüentemente a forma  $\Delta I_{ESZ}/I_{RCF} = \Delta\eta/\eta$ . Portanto, a equação (3.14) deverá ser reescrita por

$$\frac{\Delta I_{ESZ}}{I_{RCF}} = \frac{yxe^x}{(e^x - 1)}(x \coth(x/2) - 4). \quad (3.15)$$

Sabe-se ainda que a intensidade e a temperatura se relacionam por uma simples derivada de modo ser possível obter

$$\frac{\Delta T_{ESZ}}{T_{RCF}} = y(x \coth(x/2) - 4), \quad (3.16)$$

e substituindo a equação (3.8) na (3.16) tem-se por fim

$$\Delta T_{ESZ} = T_{RCF}f(x)y = T_{RCF}f(x)\frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int \eta_e(l)K_B T_e(l)dl, \quad (3.17)$$

onde  $f(x) = (x \coth(x/2) - 4)$ .

Pode-se concluir que a equação (3.17) representa o ESZ térmico de forma quantitativa, de modo que no limite em regiões com baixas frequências ( $\nu \rightarrow 0$ ), ou região de Rayleigh-Jeans do espectro, o parâmetro  $x \ll 1$ , implicando em  $\Delta T_{ESZ}/T_{RCF} \approx -2y \approx -10^{-4}$ , ou seja, houve uma diminuição na temperatura do brilho dos fótons da RCF após o espalhamento Compton Inverso. Já em regiões de altas frequências, ou região de Wien do espectro ( $\nu \rightarrow \infty$ ), temos  $\Delta T_{ESZ}/T_{RCF} > 0$ , implicando assim em um aumento na temperatura do brilho dos fótons da RCF após o espalhamento. Devido a conservação do número de fótons, conclui-se que o resfriamento, ou aquecimento, da RCF ocorre devido à transferência de fótons da região de baixas para altas frequências do espectro, ou de altas

para baixas frequências do espectro, causado pelo ganho/perda de energia após o ESZ térmico e acarretando em um espectro de corpo negro modificado, respectivamente. Por outro lado, esta análise pode ser feita em relação ao brilho de radiação, em baixas frequências observa-se diminuição na intensidade do brilho da radiação ( $\nu \rightarrow 0$ ;  $\Delta I_{ESZ} < 0$ ) e em altas frequências observa-se um aumento na intensidade do brilho de radiação ( $\nu \rightarrow \infty$ ;  $\Delta I_{ESZ} > 0$ ).

No entanto, existe uma frequência de transição onde esse efeito é nulo ( $\Delta T_{ESZ} = 0$ ), uma frequência limite entre as regiões de baixa e alta frequência. Para encontrar essa frequência limite, iguala-se a equação (3.16) a zero e é encontrado o valor  $\nu_t = 217GHz$ . Assim, para  $\nu > 217GHz$  tem-se  $\Delta T_{ESZ} > 0$  e para  $\nu < 217GHz$  tem-se  $\Delta T_{ESZ} < 0$ . Esta mesma analogia é feita para o brilho de radiação (ver figura 3.8).

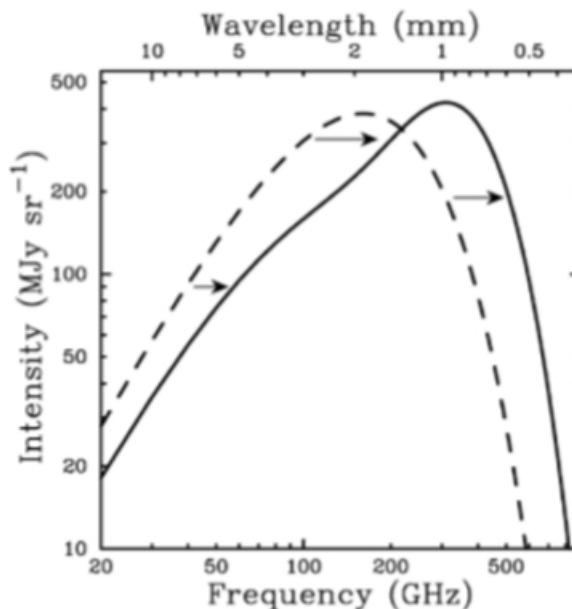


Figura 3.8: Representa a diminuição da intensidade da RCF em baixas frequências, menores que 217 GHz, e o aumento da intensidade da RCF em altas frequências, maiores que 217 GHz, causados pelo efeito SZ. A linha tracejada representa o espectro da RCF sem as distorções e a linha contínua representa o espectro da RCF com as distorções sofridas pelo efeito SZ. Retirado de Carlstrom et al., 2002.

Vale salientar que as expressões aqui apresentadas não possuem caráter relativístico, ou seja, as equações são apropriadas para uma distribuição térmica não-relativística dos elétrons. Expressões mais gerais variam de acordo com as possíveis correções relativísticas, tratado por [54] por exemplo. Ao levar em conta essas correções, a equação para

a distorção espectral da RCF, equação (3.17), é reescrita por

$$\Delta T_{ESZ} = T_{RCF} \Psi(x, T_e) y = T_{RCF} \Psi(x, T_e) \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int \eta_e(l) K_B T_e(l) dl, \quad (3.18)$$

onde  $\Psi(x, T_e)$  é a função que leva em conta as correções relativísticas  $\delta_{ESZ}$  junto à frequência  $x = h\nu/K_B T_{RCF}$ , quantificado na forma:

$$\Psi(x, T_e) = f(x)(1 + \delta_{ESZ}(x, T_e)) = (x \coth(x/2) - 4)(1 + \delta_{ESZ}(x, T_e)). \quad (3.19)$$

### 3.4 Cálculo da $D_A(z)$ a partir da técnica combinada $ESZ/S_X$

Nesta seção, é apresentado um método de obtenção de Distância de Diâmetro Angular (DDA),  $D_A(z)$ , dos aglomerados de galáxias a partir de uma técnica combinada do Efeito Sunyaev-Zel'dovich com o Brilho Superficial em raios-X. Esta técnica foi inicialmente discutida por vários autores ([55], [56]) e graças ao recente avanço tecnológico foi possível aplicar esta técnica para um número razoável de aglomerados ([25], [57]). Esse método é baseado nas diferentes dependências desses efeitos em relação à densidade numérica dos elétrons que consiste os aglomerados de galáxias ( $S_X \propto \eta_e^2$  e  $\Delta T_{ESZ} \propto \eta_e$ ). É uma excelente técnica completamente independente das distâncias de luminosidade das Supernovas tipo Ia (SNe Ia) e calibradores locais, capaz restringir alguns parâmetros cosmológicos, como por exemplo,  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$ ,  $H_0$ ,  $\omega$  ([58], [59]).

Através da imagem em raios-X do aglomerado projetada no plano do céu, as duas quantidades ( $ESZ$  e  $S_X$ ) podem ser escritas como integrais ao longo da linha de visada do aglomerado na forma [15]:

$$S_X = \frac{\delta\theta^2}{4\pi(1+z)^4} \int_{-l_{max}}^{+l_{max}} \frac{dL_X}{dV} dl \quad (3.20)$$

e

$$\Delta T_{ESZ} = T_{RCF} K_B T_e \Psi(x, T_e) \frac{\sigma_T}{m_e c^2} \int_{-l_{max}}^{+l_{max}} \eta_e(l) dl, \quad (3.21)$$

onde  $z$  é o *redshift* do aglomerado,  $K_B$  é a constante de Boltzmann,  $T_{RCF}$  é o valor atual da temperatura da RCF,  $dL_X/dV$  é a emissividade da radiação *bremstrahlung* por unidade

de volume,  $\sigma_T$  é a seção de choque de Thomson,  $\Psi(x, T_e)$  é a função que leva em conta as correções relativísticas do ESZ,  $2l_{max}$  é o comprimento do caminho ao longo da linha de visada dentro do halo do aglomerado e  $\delta\theta$  é o tamanho angular do aglomerado projetado na esfera celeste.

Por praticidade, é adotado o modelo  $\beta$ -esférico isotérmico que descreve a distribuição da temperatura e da densidade do gás de elétrons no MIA. Este modelo é o mais simples e foi proposto por [60]. Assumindo que a temperatura dos elétrons permanece constante e que a densidade numérica dos elétrons segue uma distribuição esférica, esse modelo é algebricamente representado por

$$\eta_e(r) = \eta_{e0} \left( 1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right)^{-\frac{3\beta}{2}}, \quad (3.22)$$

onde  $\eta_e$  é a densidade eletrônica do gás,  $\eta_{e0}$  é a densidade eletrônica na região central do aglomerado,  $r$  é o raio até o centro do aglomerado,  $r_c$  é o raio da região central do aglomerado e  $\beta$  é a razão entre a energia por unidade de massa das galáxias e a energia por unidade de massa do gás.

Por outro lado, a emissividade *bremstrahlung* é escrita por

$$\frac{dL_X}{dV} = \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \eta_e \left( \sum_i Z_i^2 n_i g_{Bi} \right), \quad (3.23)$$

onde  $g_B$  é o fator Gaunt que leva em conta as correções quânticas e relativísticas da radiação *bremstrahlung*,  $n_i$  e  $Z_i$  são, respectivamente, a distribuição dos elementos e o número atômico.

Considerando que o gás é composto por hidrogênio e hélio, proveniente do gás primordial, e desprezando os elementos pesados, a abundância desses elementos em relação as suas respectivas densidades eletrônicas são dadas por

$$n_H = \left( \frac{2X}{1+X} \right) \eta(r) \quad (3.24)$$

e

$$n_{He} = \left( \frac{1-X}{2(1+X)} \right) \eta(r), \quad (3.25)$$

onde  $X$  representa a abundância de Hidrogênio. Por outro lado, o gás possui uma distribuição de Hidrogênio muito maior que a distribuição de Hélio,  $n_e \sim n_H$ , permitindo reescrever a equação (3.23) em

$$\frac{dL_X}{dV} = \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B}{(1+X)} \eta_{e0}^2 \left( 1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right)^{-3\beta}. \quad (3.26)$$

Substituindo a equação (3.26) na (3.20), obtém-se

$$S_X(\theta) = \frac{\delta\theta^2}{4\pi} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2}{(1+X)(1+z)^4} \int_{-l_{max}}^{+l_{max}} \left( 1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right)^{-3\beta} dr. \quad (3.27)$$

Considerando um raio projetado no plano do aglomerado,  $R = x + y$  com  $r = x + y + z$  e  $z$  a coordenada ao longo da linha de visada do aglomerado, essa equação torna-se

$$S_X(\theta) = \frac{\delta\theta^2}{2\pi} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2}{(1+X)(1+z)^4} \int_0^{+\infty} \left( 1 + \frac{R^2}{r_c^2} + \frac{z^2}{r_c^2} \right)^{-3\beta} dz. \quad (3.28)$$

Definimos uma nova variável  $u$  na forma  $u \equiv 1 + R^2/r_c^2$ , de modo a modificar a equação (3.28) em

$$S_X(\theta) = \frac{\delta\theta^2}{2\pi} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2}{(1+X)(1+z)^4} u^{-6\beta} \int_0^{+\infty} \left( 1 + \frac{z^2}{r_c^2 u^2} \right)^{-3\beta} dz, \quad (3.29)$$

e trocando-a para a variável  $t$ , onde  $t = z/ur_c$  e  $dtr_c = dz/u$ , obtém-se

$$S_X(\theta) = \frac{\delta\theta^2}{2\pi} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2}{(1+X)(1+z)^4} u^{-6\beta+1} r_c \int_0^{+\infty} (1+t^2)^{-3\beta} dt. \quad (3.30)$$

É possível identificar na equação (3.30) que  $t = \tan \theta$  e  $dt = \sec^2 \theta d\theta$ . Logo,

$$S_X(\theta) = \frac{\delta\theta^2}{2\pi} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2}{(1+X)(1+z)^4} u^{-6\beta+1} r_c \int_0^{\pi/2} (\sec^2 \theta)^{-3\beta} \sec^2 \theta d\theta, \quad (3.31)$$

e assim,

$$S_X(\theta) = \frac{\delta\theta^2}{2\pi} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2}{(1+X)(1+z)^4} u^{-6\beta+1} r_c \int_0^{\pi/2} \cos^{6\beta-2} \theta d\theta. \quad (3.32)$$

Essa integral resulta em

$$S_X(\theta) = \frac{\delta\theta^2}{2\pi} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2 r_c}{(1+X)(1+z)^4} \left( 1 + \frac{R^2}{r_c^2} \right)^{-3\beta+1/2} 2^{6\beta-3} B(3\beta-1/2, 3\beta-1/2), \quad (3.33)$$

onde  $B$  é a função beta. Considerando o seu valor central ( $R = 0$ ) e com o auxílio das relações conhecidas entre  $B$  e  $\Gamma$ , finalmente pode-se obter a expressão

$$S_X = S_{X0} \left( 1 + \frac{\theta^2}{\theta_c^2} \right)^{(1-6\beta)/2}, \quad (3.34)$$

onde  $\theta = R/D_A$  e  $\theta_c = r_c/D_A$  (sendo  $\theta$  uma quantidade que é medida efetivamente pelo telescópio). O termo  $S_{X0}$  é definido por o brilho superficial em raios-X na região central do aglomerado, o qual é definido por

$$S_{X0}(\theta) \equiv \frac{\delta\theta^2}{4\sqrt{\pi}} \left( \frac{2\pi K_B T_G}{3m_e} \right)^{1/2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3} \frac{2g_B \eta_{e0}^2 r_c}{(1+X)(1+z)^4} \frac{\Gamma(3\beta - 1/2)}{\Gamma(3\beta)}. \quad (3.35)$$

De maneira análoga para o ESZ, tem-se trivialmente que

$$\Delta T_{ESZ} = \Delta T_0 \left( 1 + \frac{\theta^2}{\theta_c^2} \right)^{(1-3\beta)/2}, \quad (3.36)$$

onde

$$\Delta T_0 \equiv \Psi(x, T_e) T_{RCF} \frac{K_B T_e}{m_e c^2} \sigma_T \eta_{e0} \sqrt{\pi} r_c \frac{\Gamma(3\beta/2 - 1/2)}{\Gamma(3\beta/2)}. \quad (3.37)$$

Os termos normalizados  $\Delta T_0$  e  $S_{X0}$  possuem todas as informações físicas e geométricas resultantes da integração pelo modelo  $\beta$ -esférico isotérmico ao longo da linha de visada  $z$  e são amplamente utilizadas nos ajustes dos aglomerados. Os termos  $\beta$  e  $\theta_c$  são obtidos via técnica ESZ ou dados em raios-X. No entanto, a quantidade  $\eta_{e0}$  não é uma quantidade que pode ser inferida observacionalmente e por isso deve-se encontrar uma maneira de eliminá-la das equações (3.35) e (3.37). Como se pode observar, a equação (3.35) é proporcional a  $\eta_{e0}^2$  e a (3.37) é proporcional a  $\eta_{e0}$ . Logo, elevando a equação (3.37) ao quadrado e fazendo  $(\Delta T_0)^2/S_{X0}$  pode-se eliminar  $\eta_{e0}$  dessas equações e obter então o raio da região central na forma:



$$r_c = \frac{(\Delta T_0)^2}{S_{X0}} \frac{(\delta\theta)^2 2g_B}{4(1+X)(1+z)^4 \pi^{3/2} \Psi^2(x, T_e) T_{RCF}^2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3 \sigma_T^2} \left( \frac{m_e c^2}{K_B T_e} \right)^2 \cdot \left( \frac{2\pi K_B T_e}{3m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{\Gamma(3\beta/2)}{\Gamma(3\beta - 1/2)} \right)^2 \frac{\Gamma(3\beta - 1/2)}{\Gamma(3\beta)}. \quad (3.38)$$

A distância de diâmetro angular é obtida por  $D_A = r_c/\theta_c$ , o qual provém exclusivamente das observações ( $D_A^{data}$ ), obtendo-se:

$$D_A^{obs}(z) = \frac{(\Delta T_0)^2}{S_{X0}\theta_c} \frac{(\delta\theta)^2 2g_B}{4(1+X)(1+z)^4 \pi^{3/2} \Psi^2(x, T_e) T_{RCF}^2} \frac{2^4 e^6}{3\hbar m_e c^3 \sigma_T^2} \left( \frac{m_e c^2}{K_B T_e} \right)^2 \cdot \left( \frac{2\pi K_B T_e}{3m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{\Gamma(3\beta/2)}{\Gamma(3\beta - 1/2)} \right)^2 \frac{\Gamma(3\beta - 1/2)}{\Gamma(3\beta)}. \quad (3.39)$$

Este método de obtenção de  $D_A(z)$  via  $ESZ/S_X$  é utilizado como parte do trabalho original em investigação de uma possível variação com o *redshift* da constante de estrutura fina<sup>8</sup>. Entretanto, essa técnica também pode ser utilizada em testes de validação da Relação de Dualidade da Distância Cósmica (RDDC), inicialmente elaborado por [16] a fim de obter uma nova técnica física, pelo qual várias informações físicas e cosmológicas podem ser extraídas através desta técnica: os autores da referência [13] mostraram que a técnica combinada  $ESZ/S_X$  pode ser usada para testar a RDDC, onde nenhuma violação da mesma foi encontrada; na referência [59], é examinado algumas perspectivas para restringir parâmetros cosmográficos das medições atuais e futuras de aglomerados de galáxias através das distâncias baseadas no efeito Sunyaev-Zeldovich e das observações em raios-X; algumas restrições dos parâmetros cosmológicos podem ser extraídas através desta técnica (por exemplo [61], [62], [63], [64]).

### 3.5 Supernovas tipo Ia (SNe Ia)

Quando anãs brancas (estrelas com até 10 massas solares) vão adquirindo massa até as proximidades do limite de *Chandrasekhar*<sup>9</sup>, o suficiente para que a temperatura

<sup>8</sup>Melhor explicado no próximo capítulo.

<sup>9</sup>Máxima massa que uma estrela do tipo anã branca suporta, causada pela pressão da degenerescência de elétrons, com o valor aproximadamente  $3.10^{30}kg$ , cerca de 1,44 vezes maior da massa do Sol.

no seu núcleo seja alta o bastante para capacitá-lo de fundir o carbono em reações de nucleossíntese [65], a estrela vai tornando-se instável com a temperatura e a densidade aumentando exponencialmente, criando condições para a queima de Carbono e Oxigênio em Níquel, gerando por seguinte uma explosão que possui um brilho enorme capaz de brilhar mais que uma galáxia. Portanto, uma Supernova tipo Ia é o resultado de uma violenta explosão de uma anã branca caracterizada observacionalmente por não apresentar linhas de hidrogênio no seu espectro eletromagnético, porém a mesma possui uma linha de Silício II (*SiII*) no seu espectro na fase inicial [66].

Todavia, as observações via SNe Ia mudaram drasticamente as noções a respeito do atual estado do Universo. Grupos independentes mostraram, através de análises do diagrama Hubble-Sandage<sup>10</sup>, que a expansão do Universo se dá de forma acelerada e não desacelerada como acreditado por décadas. Foi uma mudança de concepção surpreendente da época. Por outro lado, as observações de SNe Ia em altos *redshifts* estão interligadas com os parâmetros cosmológicos segundo a relação de distância de luminosidade. Frequentemente, a luminosidade de um objeto astronômico que se localiza em um alto *redshift* é medida em termos da magnitude efetiva  $m(z)$ , brilho que obedece uma lei logarítmica na forma

$$m(z) = M + \log_{10} \left[ \frac{D_L(z)}{1Mpc} \right] + 25, \quad (3.40)$$

onde  $M$  é a magnitude absoluta de uma fonte de luz, magnitude aparente quando esse objeto estiver a uma distância de  $10pc$  do observador, e  $D_L(z)$  é a distância de luminosidade. Entretanto, o interesse renomado do presente trabalho está inerente em utilizar uma grandeza que auxilie os testes cosmológicos de acordo com as medidas desta magnitude. Assim, utiliza-se a definição de módulo de distância, pois tal grandeza permite determinar a distância até a estrela caso soubermos seu brilho aparente. Algebricamente, esta grandeza relaciona-se com as observações de SNe Ia por [67]

$$\mu \equiv m - M = 5 \log \left( \frac{D_L}{1Mpc} \right) + 25. \quad (3.41)$$

---

<sup>10</sup>Diagrama que descreve o brilho observado das SNe Ia em função do *redshift*.

# Capítulo 4

## Modelos atômicos e Estrutura fina

As primeiras idéias concretas a respeito da estrutura da matéria surgiram em 1808 pelo cientista inglês John Dalton ao introduzir a idéia da existência de uma partícula indivisível na natureza, a qual seria a menor parte constituinte da matéria, uma partícula elementar formadora de todas as coisas, intitulada: átomo. Anos mais tarde, pesquisas mais modernas mostraram que o átomo era algo mais complexo do que imaginava Dalton. A seguir, apresentamos os modelos atômicos mais modernos e de interesse do presente trabalho e, por fim, a constante de estrutura fina, alvo desta dissertação.

### 4.1 Modelos Atômicos

#### 4.1.1 Modelo atômico de Bohr

Niels Bohr, sugeriu em 1913 um modelo atômico baseado conceitualmente nas ideias de Quantização<sup>1</sup> de Max Planck e Efeito Fotoelétrico<sup>2</sup> de Albert Einstein. O modelo atômico é estruturado em três postulados[68]:

- “A radiação de frequência bem definida é emitida por um átomo quando há transição de elétrons entre camadas.”, ou seja, a energia liberada é a diferença de energia entre as camadas por onde a transição ocorre. Assim, a energia emitida ou absorvida por um sistema atômico não é contínua como sugerido pela eletrodinâmica clássica, mas

---

<sup>1</sup>Energia das oscilações limitada por múltiplos inteiros da energia fundamental e proporcional à frequência de oscilação [69].

<sup>2</sup>Emissão de elétrons por um material metálico quando exposto a uma radiação eletromagnética de frequência alta [50].

se processa através de transições do sistema de um estado estacionário para outro diferente.

- “O equilíbrio dinâmico dos sistemas nos estados estacionários obedece as leis da mecânica clássica, porém a mecânica clássica não se aplica para transições em diversos sistemas estacionários do átomo.”
- “As possíveis orbitas descritas por elétrons em torno do núcleo atômico são múltiplos inteiros da constante de Planck para um movimento circular em relação ao momento angular.”

Portanto, segundo Bohr, os elétrons possuem órbitas estáveis que ocupam o estado de menor energia permitida ao redor do núcleo atômico que, por sua vez, é constituído por prótons. É um modelo criado na tentativa de explicar a estabilidade dos materiais e os espectros de absorção e emissão dos gases. Para achar os níveis ou raios orbitais, Bohr inicialmente considerou que a força elétrica de Coulomb seria a força resultante centrípeta do elétron em movimento,  $\frac{m_e v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ , onde  $\epsilon_0$  é a constante de permissividade elétrica e  $e$  é a carga elementar. O conceito chave do modelo de Bohr foi a quantização do momento angular  $L = n\hbar = m_e v r$ , onde  $n$  é o número quântico principal (inteiro),  $\hbar$  a constante de Planck dividida por  $2\pi$ ,  $v$  é a velocidade do elétron permitida em uma órbita,  $m_e$  é a massa do elétron e  $r$  é a distância da  $n$ -ésima órbita eletrônica ao núcleo do átomo.

A partir das expressões apresentadas acima, Bohr pôde obter a expressão dos raios permitidos em cada órbita, na forma  $r_n = a_0 n^2$ , onde  $a_0 \equiv \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2}$  definido como o raio de Bohr, o diâmetro do átomo de Hidrogênio no seu estado fundamental, com o atual valor de aproximadamente  $0,53 \cdot 10^{-10} m$ . Por outro lado, a energia mecânica total do sistema deveria ser a soma da energia potencial ( $U$ ) com sua respectiva energia cinética ( $K$ ), dado por

$$E = K + U = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}. \quad (4.1)$$

Contudo, é possível substituir a expressão dos raios permitidos em cada órbita nesta equação, obtendo a equação da energia permitida em cada órbita (veja a figura 4.1), dada por

$$E = -\frac{E_0}{n^2}, \quad (4.2)$$

onde  $E_0 \equiv \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 a_0} = 13,6\text{eV}$  é a energia do estado fundamental do átomo de Hidrogênio.

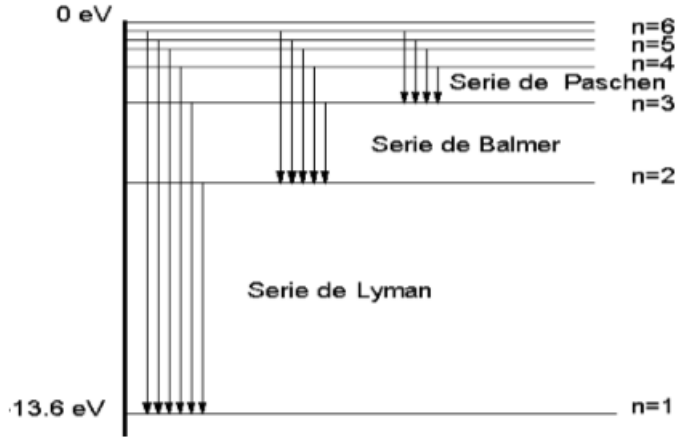


Figura 4.1: Transições entre os diferentes níveis de energia do átomo de hidrogênio que originam as diferentes séries do espectro de emissão. Fonte: Halliday, 8 edição.

Bohr também postulou que o elétron possui a capacidade de absorver e/ou emitir radiação eletromagnética através de saltos quânticos entre as camadas eletrônicas. Quando um elétron excitado pula de uma camada eletrônica mais energética para outra menos energética, a diferença de energia é emitida na forma de luz, um fóton de radiação (ver figura 4.2). Algebricamente esta propriedade é dada por

$$E_\gamma = E_{n_f} - E_{n_i}, \quad (4.3)$$

onde  $n_f$  identifica a órbita final e  $n_i$  a órbita inicial. Conseqüentemente, a frequência dos fótons emitidos ou absorvidos é representada pela expressão de Rydberg<sup>3</sup>, dada por

$$f = \frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^2}{(4\pi\hbar)^3 c \epsilon_0} \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right), \quad (4.4)$$

onde  $\frac{m_e e^2}{(4\pi\hbar)^3 c \epsilon_0} \equiv R_\infty$  definido como a constante de Rydberg, uma constante física relativa aos espectros atômicos que representa o valor limite do maior número de onda (comprimento de onda inverso) de qualquer fóton que possa ser emitido, com valor atual de aproximadamente  $1,097373 \cdot 10^7 \text{m}^{-1}$ .

Entretanto, o modelo de Bohr possuía algumas contradições e fragilidades que com o passar do tempo foram corrigidas através de experimentos mais modernos junto à

<sup>3</sup>Equação utilizada na física atômica para determinar o espectro de luz emitida pelo hidrogênio [70].

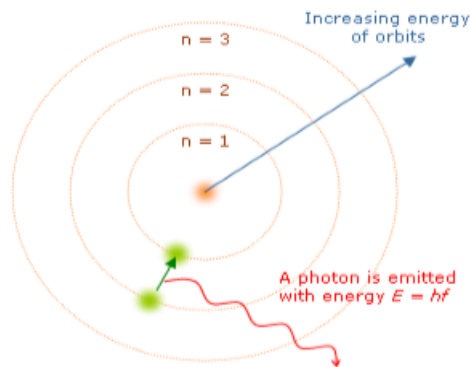


Figura 4.2: Emissão de um fóton de luz devido à transição de elétrons energéticos nas camadas eletrônicas do átomo de Hidrogênio. Perceba que o átomo permanece no estado excitado por um curto período de tempo antes de emitir um fóton e retornar a um estado estacionário mais baixo. Fonte: Griffiths, 2007.

mecânica quântica. Logo, surgiu em 1916 o modelo atômico de Arnold Sommerfeld, uma generalização relativística do modelo atômico de Bohr, pois o modelo de Bohr funcionava perfeitamente bem apenas para o átomo de Hidrogênio e não aos demais átomos.

#### 4.1.2 Modelo de Sommerfeld e a constante de estrutura fina

Sommerfeld percebeu que em outros átomos os elétrons de um mesmo nível energético possuíam energias diferentes, o que ele os chamou de subníveis de energia com  $l = n - 1$  valores descritos por órbitas elípticas. Foi capaz de explicar as linhas espectrais dos átomos que possuíam pequenos desvios da fórmula de Rydberg, estrutura fina de um átomo [71]. Seu modelo atômico surgiu, em 1916, para uma generalização relativística do modelo de Bohr na tentativa de explicar as anomalias de estrutura fina, fazendo algumas alterações: órbitas quase elípticas para os elétrons com velocidade relativística; a excentricidade da órbita resultou em um novo número quântico, o número quântico azimutal  $l$ . Esse número determina a forma da órbita e tem valores de 0 à  $n - 1$ : se  $l = 0$  temos o orbital  $s$  (*sharp*),  $l = 1$  temos o orbital  $p$  (*principal*),  $l = 2$  temos o orbital  $d$  (*diffuse*) e  $l = 3$  temos o orbital  $f$  (*fundamental*). Sendo  $l = n - 1$  que representa o momento angular do elétron em órbita em  $h/2\pi$  unidades, explicou-se então a separação das linhas espectrais e assim os subníveis de energia identificam as pequenas raias de luz encontradas em cada raia, maior nos espectros descontínuos.

Portanto, os elétrons orbitam em espaços com quantidades de energia bem definidas. Nestes níveis de energia, os elétrons permanecem em órbitas estacionárias e são constituídos por um subgrupo de orbitais atômicos com o mesmo número quântico principal  $n$  (ver figura 4.3). Todavia, os elétrons não absorvem nem emitem energia em seus estados estacionários, mas se os elétrons receberem energia na forma de calor ou luz, eles se afastam para níveis mais externos e, ao retornarem, emitem esta mesma quantidade de energia em forma de fóton.

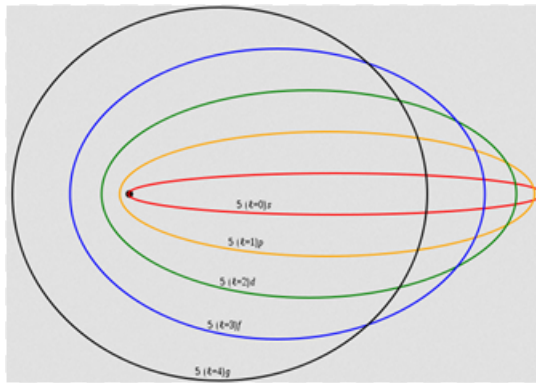


Figura 4.3: Órbitas elípticas no modelo de Sommerfeld (Fonte: [www.areaciencias.com](http://www.areaciencias.com)).

O modelo de Sommerfeld é auxiliado pela relatividade de Einstein e é mais conhecido na ciência devido a constante de estrutura fina  $\alpha$ , uma constante adimensional proposta pelo próprio Sommerfeld em 1919, a qual é fundamental na interação eletromagnética [72]. Essa constante foi criada com o objetivo de explicar a divisão observada no espectro e desempenha papel de acoplamento na teoria eletrodinâmica quântica, representando a força de interação entre fótons e elétrons, caracterizando assim as interações elétricas. Todavia, a constante de estrutura fina é definida como sendo a razão da velocidade do elétron na primeira órbita  $k$ , no estado fundamental, e a velocidade da luz na forma:

$$\alpha \equiv \frac{v_e(1)}{c}. \quad (4.5)$$

De acordo com o que foi apresentado no modelo de Bohr, é possível obter o valor da velocidade do elétron na primeira camada na forma  $v_e(1) = \frac{\hbar}{m_e a_0}$ , e conseqüentemente encontra-se a constante  $\alpha$  por

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \simeq \frac{1}{137}. \quad (4.6)$$

Assim, a correção feita por Sommerfeld para o modelo de Bohr com as energias permitidas em cada camada eletrônica foi

$$E_n = -\frac{m_e c^2 \alpha^2}{2n^2}. \quad (4.7)$$

### 4.1.3 Modelo de Schroedinger

Este modelo atômico surgiu em 1924 elaborado pelo físico alemão Ewrin Schroedinger, um modelo quântico não relativístico baseado na solução da equação de Schroedinger para um potencial eletrostático de simetria esférica conhecida por átomo de Hidrogênio, no qual os elétrons são descritos como ondas de matéria estacionárias, ou seja, um modelo de ondas de matéria (veja figura 4.4). Seu modelo atômico prevê adequadamente as linhas de emissão espectrais, assim como também prevê a mudança do nível energético, além da estabilidade das moléculas e as ligações químicas existentes, entretanto esse modelo não explica a estabilidade atômica [73]. As possíveis soluções estacionárias para o átomo de Hidrogênio são caracterizadas por 3 números quânticos  $(n, l, m)$  = (numero quântico principal, numero quântico secundário, numero quântico magnético), os quais estão relacionados com o caso clássico feito por Bohr em 1913, onde suas possíveis soluções ou simplesmente suas funções de onda normalizadas são dadas por

$$\Psi_{nlm}(r, \theta, \phi) = \left\{ \left( \frac{2}{na_0} \right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n+l)!]^2} \right\}^{1/2} e^{(-\frac{r}{na_0})} \left( \frac{2r}{na_0} \right)^l L_{n-l-1}^{2l+1} \left( \frac{2r}{na_0} \right) Y_l^m(\theta, \phi) = \langle \vec{r} | nlm \rangle, \quad (4.8)$$

onde  $a_0$  é o raio de Bohr,  $L_{n-l-1}^{2l+1}(\rho)$  são os polinômios de Laguerre<sup>4</sup> generalizados,  $Y_l^m(\theta, \phi)$  são os harmônicos esféricos. Consequentemente, foi possível obter a equação das energias permitidas em cada camada eletrônica, dada por

$$E_n = -\frac{mc^2 Z^2 \alpha^2}{2n^2} = -\frac{m}{2\hbar^2} \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{n^2}, \quad (4.9)$$

com  $\alpha$  sendo a constante de estrutura fina para  $Z = 1$ .

O modelo atômico de Schroedinger descreve adequadamente a estrutura eletrônica dos átomos, porém, ele é incoerente com alguns aspectos: não leva em consideração a

<sup>4</sup>Família de polinômios ortogonais [74].



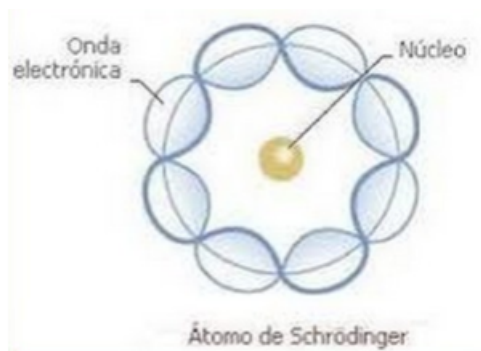


Figura 4.4: Modelo atômico de Schroedinger (Fonte: [www.areaciencias.com](http://www.areaciencias.com)).

rotação dos elétrons e ignora o efeito relativístico dos elétrons acelerados, correções feitas por Dirac no próximo e atual modelo atômico.

#### 4.1.4 Modelo atômico de Dirac-Jordan

Surgiu em 1928, o modelo da mecânica quântica ondulatória relativística, auxiliado pela equação de onda do inglês Paul Dirac, a fim de fornecer uma descrição relativística para as partículas elementares de *Spin* 1/2. A equação de Dirac foi precisa com respeito a rotação (*Spin*) de partículas, bem como previu a existência de antipartículas. Inicialmente, as equações de Dirac foram formuladas para descrever o elétron, todas as referencias eram em respeito ao elétron. Porém, esta equação pode ser aplicada a outros tipos de partículas elementares de *Spin* 1/2, como por exemplo, o *quark*<sup>5</sup>.

Retornando a equação de onda de Schroedinger, uma equação diferencial parcial que descreve como um estado quântico evolui com o tempo ([75], [76], [77]), pode ser escrita por

$$\hat{H}\Psi(X, t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(X, t)}{\partial t}, \quad (4.10)$$

onde  $\hat{H}$  é o operador hamiltoniano que descreve por inteiro a energia total do sistema e  $\Psi(X, t)$  é a função da onda que descreve o comportamento de uma partícula em espaço e tempo a qual deve ser formulada como um espinor<sup>6</sup> em 3 + 1 dimensões. Se tivermos um elétron livre de forças externas, o operador hamiltoniano pode ser escrito por

<sup>5</sup>Uma partícula elementar e é um dos dois elementos básicos que constitui a matéria [73].

<sup>6</sup>Artifício matemático semelhante a um vetor que possui uma rotação de  $2\pi$ .

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^3 \hat{p}_j^2 / 2m, \quad (4.11)$$

onde  $\hat{p}$  é o operador momento linear da teoria relativística e  $m$  é a massa da partícula. Cada operador  $\hat{p}_j$  atua na função de onda na forma

$$\hat{p}_j \Psi(X, t) \equiv -i\hbar \frac{\partial \Psi(X, t)}{\partial x_j}. \quad (4.12)$$

Por outro lado, na mecânica relativística, a energia total do sistema é expressa por

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + \sum_{j=1}^3 (p_j c)^2}, \quad (4.13)$$

de forma que a equação (4.10) seja reescrita como

$$\sqrt{(mc^2)^2 + \sum_{j=1}^3 (p_j c)^2} \Psi(X, t) = i\hbar \frac{\partial \Psi(X, t)}{\partial t}. \quad (4.14)$$

Essa expressão não é uma equação consistente e nem satisfatória, pois deveríamos obter um tratamento igual para o espaço e o tempo conforme requerido pela TRR. Para resolver esse impasse, foi preciso Dirac estabelecer que a parte direita da equação (4.14) mantem uma derivada de primeira ordem em relação ao tempo e a sua parte esquerda deveria conter, igualmente, uma derivada de primeira ordem com respeito ao espaço. Para tanto, a raiz quadrada do lado esquerdo desta equação pode ser reescrita por um quadrado perfeito na forma

$$(mc^2)^2 + \sum_{j=1}^3 (p_j c)^2 = \left( \alpha_0 mc^2 + \sum_{j=1}^3 \alpha_j p_j c \right)^2, \quad (4.15)$$

com  $\alpha_j$  sendo constantes a serem determinadas e  $\alpha_0$  o valor atual da constante de estrutura fina. Ao elevarmos ao quadrado a equação (4.15) e comparando os coeficientes de cada termo obtém-se as seguintes condições para as constantes  $\alpha_j$ :

$$\begin{cases} \alpha_\mu = I, \text{ com } \mu = 0, 1, 2, 3 \text{ (I)} \\ \alpha_\mu \alpha_\nu + \alpha_\nu \alpha_\mu = 0, \text{ com } \mu \neq \nu \text{ (II)}. \end{cases} \quad (4.16)$$

Assim, as condições (I) e (II) só serão satisfeitas caso  $\alpha_j$  sejam matrizes do tipo hamiltoniana 4x4 e  $I$  caracterizando o operador identidade. Logo, o hamiltoniano levará, trivialmente, à

$$H = \alpha_0 mc^2 + \sum_{j=1}^3 \alpha_j p_j c, \quad (4.17)$$

o qual é mais conhecido por o “Hamiltoniano de Dirac”. Portanto, o modelo atômico atual é conhecido por modelo de Dirac-Jordan baseado nas equações (4.14) e (4.17), envolvendo pequenas correções nos níveis de energia deduzidos pela equação de Schroedinger. Consequentemente, a perda da degenerescência dos níveis de energia devido ao efeito *Spin-Órbita* consistiu em diferentes valores do numero quântico magnético,  $m$ , onde os níveis de energia são (veja a figura 4.5) dados pela expressão

$$E_n = m_e c^2 \sqrt{1 + \left( \frac{Z\alpha}{n - |m| + \sqrt{m^2 + (Z\alpha)^2}} \right)^2}, \quad (4.18)$$

onde  $Z$  é o numero de massa do elemento químico,  $m_e$  é a massa de repouso do elétron e  $\alpha$  é a constante de estrutura fina, definida por  $\alpha \equiv e^2/\hbar c$ .

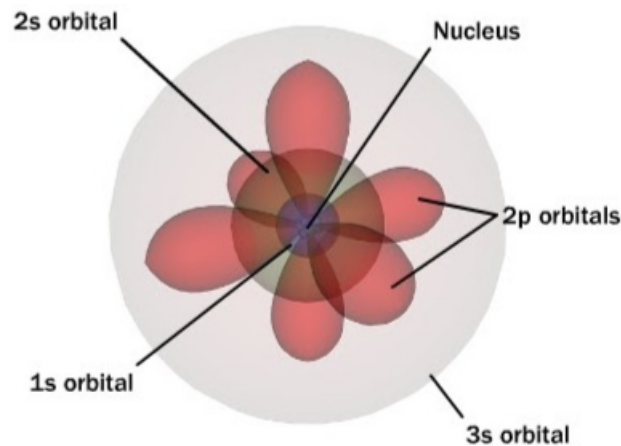


Figura 4.5: Modelo atômico de Dirac-Jordan (Fonte: © 2001, How stuff works).

## 4.2 Estrutura Fina

Nesta seção, vamos detalhar mais um pouco a constante de estrutura fina. Como citado anteriormente, ocorreram detecções de pequenos desvios na fórmula de Rydberg (equação (4.4)), ou seja, foi possível observar uma separação de linhas espectrais muito próximas, com diferenças de energia proporcionais a chamada constante de estrutura fina. Entretanto, as expressões clássicas não explicavam com precisão a estrutura fina de caráter perturbativo, sendo apenas entendida sobre o contexto relativístico. Assim, baseado no

princípio de exclusão, a estrutura fina pode ser compreendida como uma quebra parcial da degenerescência,  $\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2$ , de um nível de energia do átomo de Bohr, a qual é atribuída atualmente a dois mecanismos [73]:

- **Correção relativística:**

O primeiro termo da hamiltoniana vem da expressão clássica da energia cinética  $T = p^2/2m$ , com a substituição canônica  $\hat{p} \rightarrow i\hbar\vec{\nabla}$ . Assim, a correção relativística da mais baixa ordem é obtida de modo que a hamiltoniana possa ser escrita na forma

$$H = -\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (4.19)$$

Entretanto, a energia cinética relativística é dada pela diferença entre a energia total e a energia de repouso por [78]

$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - mc^2, \quad (4.20)$$

da qual pode-se encontrar a seguinte expressão:

$$K = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} - mc^2. \quad (4.21)$$

Colocando o termo  $mc^2$  em evidencia da equação (4.21), teremos

$$K = mc^2 \left( \sqrt{1 + \left(\frac{p}{2m}\right)^2} - 1 \right) \quad (4.22)$$

e expandindo-a por Série de Taylor, encontra-se:

$$K = \frac{p^2}{2m} - \frac{p^4}{8m^3c^2} + \dots \quad (4.23)$$

Assim a correção relativística de mais baixa ordem é  $H_r^{(1)} = -\frac{p^4}{8m^3c^2}$ , com  $p$  sendo o momento linear relativístico, representando assim uma perturbação. Contudo, a nova equação da energia devido a correção relativística será dado por

$$E_r^{(1)} = \langle H_r^{(1)} \rangle = -\frac{1}{8m^3c^2} \langle \psi^0 | p^2 p^2 | \psi^0 \rangle = -\frac{1}{8m^3c^2} \langle 4m^2 (E - U)^2 \rangle, \quad (4.24)$$

onde  $\psi^0$  é a função de onda não perturbada. Ao utilizar o Hamiltoniano não perturbado, pode-se obter:

$$H^0|\psi^0\rangle = E_n|\psi^0\rangle \quad (4.25)$$

e

$$p^2|\psi^0\rangle = 2m(E_n - U)|\psi^0\rangle. \quad (4.26)$$

Assim, substituindo (4.26) em (4.24), obtém-se

$$E_r^{(1)} = -\frac{1}{2mc^2} \{ \langle E^2 \rangle - 2E\langle U \rangle + \langle U^2 \rangle \}. \quad (4.27)$$

Para o átomo de Hidrogênio ( $U = e^2/r$ ), sabe-se que o valor esperado para o potencial eletrostático e o valor esperado para o potencial eletrostático ao quadrado são, respectivamente [73], dados por

$$\begin{cases} \langle U \rangle = \frac{e^2}{a_0 n^2} \\ \langle U^2 \rangle = \frac{e^4}{\left(l + \frac{1}{2}\right) a_0^2 n^3} \end{cases} \quad (4.28)$$

Assim, substituindo as equações da (4.28) na equação (4.27), obtém-se que

$$E_r^{(1)} = -\frac{1}{2mc^2} \left\{ E_n^2 - 4E_n^2 + \frac{4nE_n^2}{l + 1/2} \right\} = -\frac{E_n^2}{2mc^2} \left\{ \frac{4n}{l + 1/2} - 3 \right\}, \quad (4.29)$$

e utilizando a definição da constante de estrutura fina, isto é  $\alpha \equiv \frac{e^2}{\hbar c}$ , têm-se por fim

$$E_r^{(1)} = -\alpha^4 mc^2 \frac{1}{4n^4} \left( \frac{2n}{l + 1/2} - \frac{3}{2} \right), \quad (4.30)$$

a equação da correção relativística de primeira ordem, sendo conhecida também por a equação das energias do átomo de hidrogênio altamente degenerado.

- **O acoplamento *Spin-Órbita*:**

Em relação ao elétron, o próton possui uma órbita em torno do elétron que produz um campo magnético externo  $\vec{B}_{ext}$  sobre o elétron. Porém, o elétron possui um momento magnético  $\vec{\mu}$ , o qual produz um torque  $\vec{\tau}$  na tentativa de se alinhar com  $\vec{B}_{ext}$  [79]. Para esse caso, a Hamiltoniana possui a forma

$$H = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_{ext}, \quad (4.31)$$

onde o  $\vec{B}_{ext}$  está relacionado ao momento angular e o  $\vec{\mu}$  está relacionando o *Spin*. Devido o próton possuir massa muito maior que o elétron, o momento angular será dado por

$$L = mrv = \frac{mr^2 2\pi}{\mathcal{T}}, \quad (4.32)$$

que por sequência, o período  $\mathcal{T}$  será dado por

$$\mathcal{T} = \frac{2\pi mr^2}{L}. \quad (4.33)$$

Segundo a teoria eletromagnética, surge, na situação apresentada, uma corrente elétrica que pode ser medida por  $i = e/\mathcal{T}$ , e utilizando a lei de Biot-Savart<sup>7</sup> para o caso de um anel rodando em torno do seu próprio eixo,  $B = \frac{\mu_0 i}{2r}$ , pode-se obter a expressão para o campo magnético externo que surge devido ao movimento circular do próton em relação ao elétron (veja figura 4.6):

$$\vec{B}_{ext} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{mc^2 r^3} \vec{L}. \quad (4.34)$$

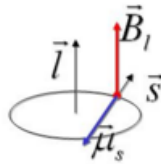


Figura 4.6: Esquema do campo magnético externo gerado pelo próton em orbita em relação ao elétron. Fonte: Halliday, 8 edição.

Por outro lado, um anel que gira em torno do seu próprio eixo com uma velocidade angular  $\omega$  produz um momento angular  $S = \omega I$ . Considerando  $I = mr^2$  o momento de inércia para um anel [80], o período de rotação será dado por

$$\mathcal{T}' = \frac{2\pi mr^2}{S}. \quad (4.35)$$

---

<sup>7</sup>É uma lei matemática do Eletromagnetismo a qual fornece o campo magnético gerado por uma corrente elétrica constante no tempo [80].

Ao comparar o período de rotação clássico, equação (4.33), com o período de rotação relativístico, equação (4.35), têm-se que

$$\vec{\mu} = \left( \frac{q}{2m} \right) \vec{S}. \quad (4.36)$$

Esta relação ainda está incorreta, a qual foi corrigida por Dirac ([76],[77]) em sua teoria relativística para o elétron ao inserir o momento magnético anômalo do elétron  $g$ , dado por

$$\vec{\mu} = g \left( \frac{q}{2m} \right) \vec{S}, \quad (4.37)$$

com  $g = 2 + (\alpha/\pi) + \dots$ . Sendo assim, o hamiltoniano possuirá a forma

$$H = \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{m^2 c^2 r^3} \right) \vec{S} \cdot \vec{L}. \quad (4.38)$$

Esta relação (4.38) também está incorreta, pois ela é válida apenas para referenciais inerciais, tendo em vista que o elétron possui aceleração, não sendo um referencial inercial. Para corrigir esse problema, utiliza-se do método elaborado pelo físico e matemático britânico Llewellyn Hilleth Thomas, correção conhecida por “Precessão de Thomas”<sup>8</sup>. Sendo assim, a equação (4.38) levará à forma

$$H_{S_0}^{(1)} = \frac{1}{2} H = \left( \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{m^2 c^2 r^3} \right) \vec{S} \cdot \vec{L}. \quad (4.39)$$

Com o auxílio da Mecânica Quântica, pode-se definir o momento angular total do elétron por

$$\vec{J} = \vec{S} + \vec{L} \quad (4.40)$$

e, conseqüentemente, o termo  $\vec{S} \cdot \vec{L}$  pode ser escrito em termos de

$$\vec{S} \cdot \vec{L} = \frac{1}{2} (J^2 - S^2 - L^2). \quad (4.41)$$

Ainda de acordo com a mecânica quântica, as quantidades  $H$ ,  $\vec{L}$ ,  $\vec{S}$ ,  $\vec{J}$  e  $H_{S_0}^{(1)}$  obedecem as seguintes regras de comutação:

---

<sup>8</sup>Uma correção para o acoplamento spin-órbita na mecânica quântica que leva em conta a dilatação temporal relativística do elétron em relação ao núcleo atômico do átomo [34].

$$\begin{cases} [H, \vec{L}] \neq 0; [H, \vec{S}] \neq 0 \\ [H_{S_0}^{(1)}, L^2] = [H_{S_0}^{(1)}, S^2] = 0 \\ [H_{S_0}^{(1)}, J^2] = [H, \vec{J}] = 0, \end{cases} \quad (4.42)$$

e também à:

$$(j^2 - L^2 - S^2)|\psi^0\rangle = \hbar^2[j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)]|\psi^0\rangle. \quad (4.43)$$

Assim, devido as equações (4.39), (4.41), (4.42) e (4.43), a correção da energia permitida devido ao acoplamento *Spin-Órbita* será dada por

$$E_{S_0}^{(1)} = \langle H_{S_0}^{(1)} \rangle = \langle \psi^0 | H_{S_0}^{(1)} | \psi^0 \rangle = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{m^2 c^2} \frac{\hbar}{2} [j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)] \langle 1/r^3 \rangle, \quad (4.44)$$

onde  $\langle 1/r^3 \rangle = \frac{1}{l(l+1/2)(l+1)n^3 a_0^3}$ , logo

$$E_{S_0}^{(1)} = \frac{E_n^2 n}{2mc^2} \left\{ \frac{j(j+1) - l(l+1) - 3/4}{l(l+1/2)(l+1)} \right\}. \quad (4.45)$$

Por fim, a energia efetiva dar-se-á pela soma da correção da energia para o *Spin-Órbita*, equação (4.45), junto a correção relativística da energia devido à mais baixa ordem, equação (4.30), resultando em

$$E_{ef}^{(1)} = E_{S_0}^{(1)} + E_r^{(1)} = \frac{E_n^2}{2mc^2} \left( 3 - \frac{4n}{j+1/2} \right), \quad (4.46)$$

em relação a constante de estrutura fina, é trivialmente obtido a relação

$$E_{ef}^{(1)} = -\frac{\alpha^4 mc^2}{4n^4} \left\{ \frac{2n}{j+\frac{1}{2}} - \frac{3}{2} \right\}, \quad (4.47)$$

onde  $j = l \pm \frac{1}{2}$  é o momento angular total do elétron (orbital + spin). É importante lembrar que as energias de Bohr vão com  $\alpha^2 mc^2$ . Assim, a estrutura fina carrega mais duas potências de  $\alpha$  e, conseqüentemente, é menor que um fator  $10^{-4}$ , ou seja, trata-se de uma pequena correção desde que  $l$  possa variar por qualquer número inteiro de 0 à  $n-1$  e  $j$  podendo variar de qualquer meio-inteiro de  $\frac{1}{2}$  à  $n - \frac{1}{2}$ . Logo, o nível de energias de Bohr se divide em  $n$  subníveis.

Dessa forma, a equação (4.47) fornece os níveis de energia da estrutura fina, sendo possível notar que a degenerescência é quebrada em  $l$ , porém preservada em  $j$ , pois cada



$n$  possui degenerescência com os demais elétrons da mesma camada energética. À vista disso, pode-se concluir que essa equação representa a quebra de degenerescência e a mesma dá a energia de cada elétron, permitindo o estudo da estrutura fina (observe a figura 4.7).

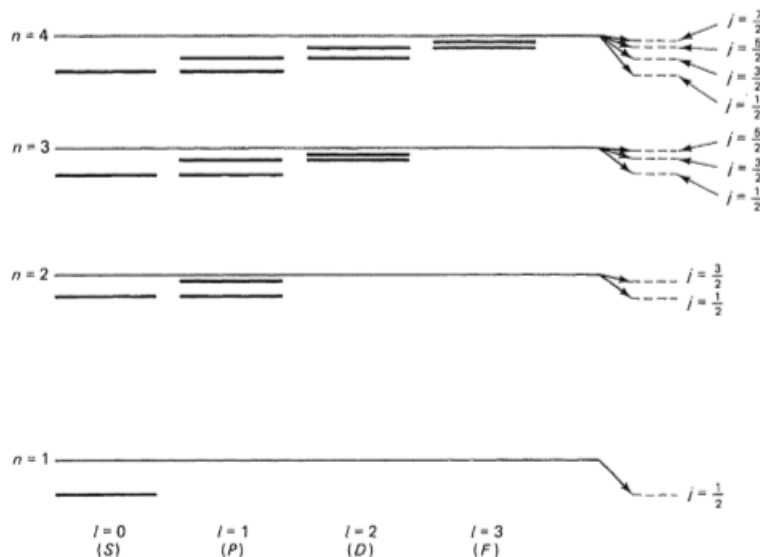


Figura 4.7: Estrutura fina no Hidrogênio. O  $n$ ésimo nível de Bohr (linha fina) se divide em  $n$  subníveis (linhas tracejadas), caracterizado por  $j = (n - 1/2)$ , com exceção para o último nível. A nomenclatura espectroscópica se dá por  $s$  para  $l = 0$ ,  $p$  para  $l = 1$ ,  $d$  para  $l = 2$  e  $f$  para  $l = 3$ . Fonte: Griffiths, 2008.

Pode-se ainda perceber que a equação (4.47) possui uma dependência apenas em  $j$  e não em  $l$ . Assim, em geral pode-se ter o caso em que dois valores diferentes de  $l$  compartilhem a mesma energia em  $j$ . Por exemplo, os estados  $2S_{1/2}(n = 2, l = 0, j = 1/2)$  e  $2P_{1/2}(n = 2, l = 1, j = 1/2)$  possuem a mesma energia em  $j$ , porém continuam perfeitamente degenerados. Entretanto, em 1947 Bethe, Feynman, Schwinger, Tomonaga e outros colaboradores mostraram, através de um experimento, que o estado  $S$  possuía uma energia um pouco maior que o estado  $P$  devido às quantizações do campo eletromagnético, pois a equação (4.47) é ainda tratada classicamente. Assim, o desvio Lamb<sup>9</sup> é levado em conta devido às correções da Teoria eletrodinâmica quântica. Todavia, existe um refinamento ainda menor que a estrutura fina (por um fator de 1000) devido ao *Spin* do núcleo: a estrutura hiperfina [73].

<sup>9</sup>É uma pequena diferença de energia entre dois níveis energéticos  $2S_{1/2}$  e  $2P_{1/2}$  do átomo de hidrogênio na MQ [73].

Por outro lado, as teorias cosmológicas são baseadas no pressuposto de que as constantes fundamentais da natureza, como a constante de estrutura fina ( $\alpha$ ), a constante gravitacional ( $G$ ), ou a relação de proporção de massa próton-elétron ( $\mu = \frac{m_p}{m_e}$ ), são de fato constantes. Assim, desde a hipótese de Dirac [20] a respeito de uma possível variação espaço-temporal nas constantes fundamentais da natureza, várias pesquisas foram desencadeadas para elaborar modelos alternativos teóricos e experimentais em investigação de uma possível variação nessas constantes, pois a suposição de que essas constantes não variam com o tempo ou espaço é uma hipótese que precisa ser comprovada cientificamente através de dados experimentais. Entretanto, a variação das constantes fundamentais é proibida perante a Relatividade Geral, pois a confirmação de uma variação espaço-temporal das constantes violaria o princípio da covariância geral [28], ou seja, implicaria em uma profunda mudança a respeito do espaço-tempo [34].

O objetivo principal do presente trabalho é investigar a existência de uma possível variação com o *redshift* da constante de estrutura fina ( $\alpha$ ), impondo restrições e limites através de dados de aglomerados de galáxias, por Efeito Sunyaev Zel'dovich, Brilho Superficial em Raios-X e Supernovas Ia. Para tanto, precisa-se de um modelo teórico que auxilie sobre esta investigação. O modelo teórico mais conciso a uma variação temporal na constante de estrutura fina é o Modelo Dilaton Runaway, mostrado a seguir.

#### 4.2.1 Modelo Dilaton Runaway

Nas últimas décadas, o problema da variação das constantes fundamentais tem experimentado um novo interesse, pois várias análises observacionais vem sendo realizadas a fim de estudar possíveis variações ([81], [82]) e estabelecer seus respectivos limites. Para tal fim, as pesquisas experimentais puderam ser agregadas em métodos astronômicos e locais e, conseqüentemente, investigações alternativas em relação a  $\alpha$  indicam que a maioria dos resultados relatados são consistentes com uma não variação das constantes fundamentais. No entanto, Murphy et al. ([83], [84]) relataram resultados que sugerem uma possível variação espacial em  $\alpha$  usando observações de Keck/HIRES e VLT/UVES. Uma análise recente dos erros sistemáticos instrumentais [85] da VLT/UVES mostraram que não há nenhuma evidência para uma variação de tempo ou espaço em  $\alpha$  por dados de quasar.

Por outro lado, as restrições sobre uma possível variação de  $\alpha$  durante a evolução

do Universo podem ser investigados usando dados da Radiação C3smica de Fundo (RCF) ([86], [87]) e pela abund4ncia de elementos leves gerados durante a Nucleoss4ntese primordial [88]. Na refer4ncia [22], tem-se uma rela77o linear entre o par4metro integrado de comptoniza77o,  $Y_{SZ}D^2$ , e o seu hom3logo em raios-X,  $Y_X$ , das quais foram utilizadas para limitar uma poss4vel evolu77o da constante de estrutura fina. Da aplica77o deste m3todo para 61 aglomerados de gal4xias, dados retirados a partir de uma subamostra de aglomerados de gal4xias do Planck Early Sunyaev-Zeldovich, foi poss4vel colocar limites r4gidos sobre  $\alpha$  no intervalo de *redshift*  $0.044 < z < 0.44$  e, portanto, n4o detectou nenhuma evolu77o temporal de escala significativa.

Recentemente, Holanda *et al.* (2016) [23] propuseram um novo m3todo de investiga77o para a evolu77o temporal de  $\alpha$ , diferentemente da refer4ncia [22], consistindo de dados observacionais da fra77o de massa do g4s de aglomerados de gal4xias pelo efeito Sunyaev-Zel'dovich e pelo Brilho Superficial em Raios-X, tendo em conta uma rela77o direta entre varia77es de  $\alpha$  e da Rela77o de Dualidade de Dist4ncia C3smica (RDDC)  $\frac{D_L}{D_A}(1+z)^2 = 1$ , onde  $D_L$  4 a dist4ncia de luminosidade e  $D_A$  a dist4ncia de di4metro angular em uma determinada fonte de *redshift* ( $z$ ). Assim, ao considerar uma amostra de 29 medi77es de fra77o de massa de g4s ( $0.14 < z < 0.89$ ), analisados na refer4ncia [89], o m3todo proposto por Holanda *et al.* (2016) n4o mostrou nenhuma evolu77o temporal significativa.

V4rias teorias unificadas prev4em que as constantes fundamentais da natureza s4o fun77es de campos din4micos, em especial campos escalares, de baixa massa variando lentamente [81]. Assim, qualquer teoria que envolva varia77o espa77o-temporal nas constantes fundamentais ir4 envolver algum tipo de campo escalar fundamental que controle essa depend4ncia. Assim, nesta se77o descreveremos o modelo te3rico Dilaton Runaway [21], o qual usaremos no pr3ximo cap4tulo para estimar limites em uma poss4vel varia77o da constante de estrutura fina. A id4ia b4sica 4 explorar as modifica77es da sequ4ncia de loop da a77o efetiva quadrimensional de baixa energia, onde a lagrangiana para este caso 4 dado por [90]

$$L = \frac{R}{16\pi G} - \frac{1}{8\pi G}(\nabla\phi)^2 - \frac{1}{4}B_F(\phi)F^2 + \dots, \quad (4.48)$$

onde  $R$  4 o escalar de Ricci,  $G$  a constante gravitacional,  $\phi$  4 o campo escalar (Dilaton),  $B_F(\phi)$  a fun77o de acoplamento de Gauge e  $F$  o tensor de Maxwell. Assim, a equa77o de

Friedmann para este caso em conjunto com as demais componentes do Universo possuirá a forma

$$3H^2 = 8\pi G \sum_i \rho_i + H^2 \phi^2, \quad (4.49)$$

onde  $H$  é o parâmetro de Hubble e a soma é em relação às componentes do Universo. Logo, a partir da equação (4.49), pode-se ainda obter

$$H^2 = 8\pi G \frac{\rho}{3 + (1+z)\frac{d\phi}{dz}}, \quad (4.50)$$

e, consequentemente

$$(1+z)^2 \frac{d^2\phi}{dz^2} + \left[ 1 - \frac{8\pi G}{2H^2}(\rho - p) \right] (1+z) \frac{d\phi}{dz} = -\frac{8\pi G}{2H^2} \sum_i \beta_i(\phi)(\rho_i - 3p_i), \quad (4.51)$$

onde  $\rho = \sum_i \rho_i$  e  $p = \sum_i p_i$  são a densidade de energia total e a pressão total, respectivamente, exceto para a parte do Dilaton,  $\beta_i(\phi)$  sendo os acoplamentos do Dilaton com cada componente da matéria  $i$ , pois geralmente o Dilaton possui acoplamentos diferentes para cada tipo de matéria.

O parâmetro mais importante para se estudar a variação de  $\alpha$  é o acoplamento do Dilaton com a matéria hadrônica. Assim, o pressuposto mais crucial é que todos os campos de Gauge acoplem com o mesmo  $B_F$  e, da equação (4.48), conclui-se que  $\alpha \sim B_F^{-1}(\phi)$ . Seguindo os passos feitos por [90], pode-se obter

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha} = \frac{1}{40} \beta_{had,0} [1 - e^{-(\phi(z)-\phi_0)}], \quad (4.52)$$

onde  $\beta_{had,0}$  representa o valor atual do acoplamento entre o Dilaton e a matéria hadrônica, com a expressão para o acoplamento entre o Dilaton e a matéria hadrônica é dado por

$$\beta_{had}(\phi) \sim 40 \frac{\partial \ln B_F^{-1}}{\partial \phi} \sim (1 - b_F e^{c\phi}), \quad (4.53)$$

com  $c$  e  $b_F$  os parâmetros livres constantes. Caso  $c = 1$ , é possível obter o valor de  $b_F$ .

No presente trabalho, estamos interessados na evolução do Dilaton em baixos *redshifts* ( $z < 1$ ) e, portanto, este modelo teórico está coerentemente aproximado para poder linearizar a evolução do campo escalar Dilaton. Sendo assim, o comportamento

de  $\frac{\Delta\alpha}{\alpha}$  depende de  $\beta_{had,0}$  e da velocidade do campo,  $\phi'_0$ . Logo, a evolução de  $\alpha$  em baixos *redshifts* pode ser pensado como uma evolução linear na forma  $\phi \sim \phi_0 + \phi'_0 \ln a$ , e consequentemente obtém-se

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha}(z) \approx -\frac{1}{40}\beta_{had,0}\phi'_0 \ln(1+z). \quad (4.54)$$

No capítulo a seguir, iremos desenvolver o método utilizado para a investigação de uma possível variação da constante de estrutura fina de acordo com a evolução do campo escalar “Dilaton” em baixos *redshifts*, com o auxílio das técnicas observacionais que ocorrem consistentemente em aglomerados de galáxias, permitindo assim impor restrições sobre uma possível variação em  $\alpha$  e, consequentemente, em  $\eta(z)$ .

# Capítulo 5

## Metodologia, Análises e Discussões

O objetivo principal deste trabalho é investigar uma possível variação com o *redshift* da constante de estrutura fina através de um novo método de averiguação. Neste método, mostramos que a técnica para medir a Distância de Diâmetro Angular de aglomerados de galáxias, com base no seus respectivos Efeito Sunyaev-Zel'dovich e no Brilho Superficial em raios-X, é dependente da constante de estrutura fina,  $\alpha$ . Este método não foi realizada na literatura e, portanto, consiste em uma abordagem original para o presente trabalho.

Nas seções a seguir, iremos desenvolver o método utilizado para verificação de uma possível variação de  $\alpha$  com  $z$  em relação a uma classe do modelo Dilaton Runaway. Descreveremos a nossa abordagem, as amostras utilizadas em nossas estimativas e, por fim, nossas análises estatísticas.

### 5.1 Metodologia

Como é bem conhecido, o ESZ e o brilho superficial de raios-X podem ser utilizados para obter a DDA dos aglomerados de galáxias. Este método está desenvolvido detalhadamente na seção (3.4). Vamos mostrar agora, como o mesmo depende da constante de estrutura fina,  $\alpha = e^2/\hbar c$ . Isolando o termo  $e$ , obtemos

$$e^2 = \hbar c \alpha. \tag{5.1}$$

Partindo da definição da seção de choque de Thomsom, é possível escrevê-la em termos de  $\alpha$  na forma

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{\hbar^2 \alpha^2}{m_e^2 c^2}. \quad (5.2)$$

Inserindo as equações (5.1) e (5.2) na técnica de obtenção de DDA via ESZ/S<sub>X</sub>, ou seja, na equação (3.39), obtemos a relação que nos mostra a dependência dessa técnica com a constante de estrutura fina, dado por

$$D_A(z) = \frac{(\Delta T_0)^2}{S_{X0} \theta_c} \frac{(\delta\theta)^2 g_B}{(1+X)(1+z)^4 \Psi^2(x, T_e) T_{RCF}} \frac{3m_e^3 c^4}{8\pi^{7/2} \hbar^2 \alpha} \left( \frac{m_e c^2}{K_B T_e} \right)^2 \cdot \left( \frac{2\pi K_B}{3m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{\Gamma(3\beta/2)}{\Gamma(3\beta - 1/2)} \right)^2 \frac{\Gamma(3\beta - 1/2)}{\Gamma(3\beta)}. \quad (5.3)$$

Ao considerar variações na constante de estrutura fina na forma  $\alpha = \alpha_0 \phi(z)$ , a equação (5.3) será dada por

$$D_A(z) = \frac{(\Delta T_0)^2}{S_{X0} \theta_c} \frac{(\delta\theta)^2 g_B}{(1+X)(1+z)^4 \Psi^2(x, T_e) T_{RCF}} \frac{3m_e^3 c^4}{8\pi^{7/2} \hbar^2 \alpha_0 \phi(z)} \left( \frac{m_e c^2}{K_B T_e} \right)^2 \cdot \left( \frac{2\pi K_B}{3m_e} \right)^{1/2} \left( \frac{\Gamma(3\beta/2)}{\Gamma(3\beta - 1/2)} \right)^2 \frac{\Gamma(3\beta - 1/2)}{\Gamma(3\beta)}, \quad (5.4)$$

ou melhor por

$$D_A(z) = D_A^{obs}(z) \phi^{-1}(z), \quad (5.5)$$

onde  $D_A^{obs}$  é advinda das observações do ESZ/raios-X e  $D_A(z)$  é a verdadeira distância de diâmetro angular para o aglomerado de galáxias.

Por outro lado, procurando evidências de uma nova física, foi argumentado pela referência [16] que a técnica combinada do ESZ/S<sub>X</sub> para medir DDA em aglomerados de galáxias pode ser usada para testar a chamada RDDC, equação (2.56), válida apenas quando a fonte e o observador estão conectados por geodésicas nulas em um espaço Riemanniano e o número de fótons é conservado. Assim, permitindo violações da mesma na forma  $\frac{D_L}{D_A} (1+z)^{-2} = \eta^2(z)$ , esses autores mostraram que

$$D_A^{obs}(z) = \eta^2(z) D_A(z). \quad (5.6)$$

Portanto, combinando as equações (5.5) e (5.6), obtém-se uma relação mais concisa para a nossa análise:

$$D_A(z) = D_A^{obs} \phi^{-1}(z) \eta^{-2}(z). \quad (5.7)$$

## 5.2 Relacionando $\eta(z)$ e $\phi(z)$

O Princípio de Equivalência de Einstein (PEE) é fundamental para a TRG e implica na existência de um tensor métrico com o qual a matéria está minimamente acoplada. Uma forma geral de violar este princípio é introduzir um acoplamento multiplicativo não mínimo entre o campo escalar e os campos de matéria. Deste modo, a ação para este acoplamento é dado por

$$S_{mat} = \sum_i \int dx^4 \sqrt{-g} h_i(\phi) L_i(g_{\mu\nu}, \Psi), \quad (5.8)$$

onde  $h(\phi)$  são as funções do campo escalar e  $L_i$  são as lagrangianas para os diferentes campos de matéria. Recentemente, Hees *et al.* (2014) mostraram que a introdução da lagrangiana eletromagnética na ação (5.8) leva a variações espaço-temporais das constantes fundamentais. Ademais, existe uma violação na relação de dualidade de distância cósmica (RDDC), uma vez que este acoplamento conduz à equação habitual de geodésicas nulas, porém a equação da conservação do número de fótons é modificada (derivação dessas equações estão desenvolvidas em [91]), dadas, respectivamente, por

$$k^\mu \nabla_\mu k^\beta = 0 \quad (5.9)$$

e

$$\nabla_\nu (b^2 k^\nu) = -b^2 k^\nu \partial_\nu \ln h(\phi), \quad (5.10)$$

onde  $\nabla_\nu (b^2 k^\nu)$  é o vetor de onda e  $b$  é a norma de  $b^\mu$ , implicando assim uma violação da relação de dualidade de distância cósmica.

Em relação a métrica FLRW, integrando as equações (5.9) e (5.10) para um espaço plano, obtém-se a relação modificada para a distância de luminosidade,



$$D_L(z) = c(1+z) \sqrt{\frac{h(\phi_0)}{h(\phi)}} \int_0^z \frac{dz'}{H(z')}, \quad (5.11)$$

onde  $z$  é o *redshift* cosmológico e o sub-escrito 0 significa a época atual ( $\phi_0 = \phi(z=0)$ ).

Por outro lado, a distância de diâmetro angular é uma característica puramente geométrica que pode ser calculado a partir da equação geodésica. Assim, o parâmetro  $\eta$  caracteriza teorias escalar-tensoriais com um acoplamento do tipo (5.8), e devido a uma série de cálculos deverá ser dada por

$$\eta(z) = \sqrt{\frac{h(\phi_0)}{h(\phi(z))}}. \quad (5.12)$$

Todavia, de acordo com [21], desde que  $\alpha \propto h^{-1}(\phi)$ , a variação temporal de  $\alpha$  está intimamente e inequivocamente relacionada com a função  $\eta(z)$  na forma

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} = \frac{\alpha(z) - \alpha_0}{\alpha_0} = \frac{h(\phi_0)}{h(\phi)} - 1 = \eta^2(z) - 1, \quad (5.13)$$

onde  $\alpha_0$  corresponde ao atual valor da constante de estrutura fina. Isso mostra que para a classe de teorias considerada no trabalho de Hess *et al.* (2014), uma violação da relação de dualidade de distância cósmica está diretamente ligada a uma variação de  $\alpha$  e seria uma assinatura de um afastamento do PEE. Em particular, as restrições experimentais sobre a função  $\eta(z)$  podem ser transpostas para impor restrições sobre uma possível variação temporal de  $\alpha$  ou vice-versa. Nesse contexto, foi demonstrado que variações da constante de estrutura fina e violações da chamada RDDC estão intimamente e inequivocamente ligadas pela equação (5.13). Logo, se  $\alpha = \alpha_0\phi(z)$ , podemos obter trivialmente

$$\phi(z) = \eta^2(z). \quad (5.14)$$

Ao substituir esse resultado na relação (5.7), obtém-se

$$D_A(z) = \phi^{-2}(z) D_A^{obs}(z). \quad (5.15)$$

No presente trabalho, utilizaremos o Modelo Dilaton Runaway, um modelo teórico que auxiliará na investigação da evolução do Dilaton,  $\phi(z)$ , em baixos *redshifts*. Assim, uma aproximação razoável para linearizar a evolução desse campo é representada por

$$\frac{\Delta\alpha}{\alpha_0} = \phi(z) \approx 1 - \frac{1}{40} \beta_{had,0} \phi'_0 \ln(1+z), \quad (5.16)$$

onde  $\phi'_0$  é o vetor velocidade do campo no presente momento e  $\beta_{had,0}$  é o valor atual do acoplamento entre o Dilaton e a matéria hadrônica e, sendo assim, é a equação que vamos utilizar para comparar as previsões do modelo com dados de aglomerados de galáxias através do método discutido nesta seção.

### 5.2.1 Distância de Diâmetro Angular a partir de SNe tipo Ia

Em nossas análises, a DDA real ( $D_A(z)$ ), que não depende de  $\alpha$ , para cada aglomerado de galáxias é calculado utilizando a compilação de Supernovas tipo Ia conhecida por Union2.1 [92] (ver na seção seguinte). Esta quantidade é obtida utilizando uma versão geral da RDDC,  $D_L(z)/D_A(z)(1+z)^{-2} = 1$ . Como dito anteriormente, Hees *et al.* (2014) argumentaram que um acoplamento multiplicativo de um campo escalar ( $\phi(z)$ ) à lagrangiana eletromagnética implicaria a uma não conservação do número de fótons ao longo das geodésicas. Naturalmente, espera-se que a RDDC seja modificada em conformidade. Desta forma, uma versão mais geral da mesma é reescrita por  $D_L(z)/D_A(z)(1+z)^{-2} = \eta(z)$ , onde  $\eta(z)$  quantifica as possíveis violações da RDDC. Assim, de acordo com a equação (5.14), essa relação pode ser escrita em termos de  $\phi(z)$  na forma

$$\frac{D_L(z)}{D_A(z)}(1+z)^{-2} = \phi^{1/2}(z), \quad (5.17)$$

e conseqüentemente a verdadeira DDA por SNe Ia será dada por

$$D_A(z) = \frac{D_L(z)}{(1+z)^2 \phi^{1/2}(z)}. \quad (5.18)$$

Portanto, substituindo a equação (5.18) na equação (5.7), obtemos a relação que nos permitirá realizar vínculos em  $\phi(z)$  usando as Supernovas tipo Ia e os aglomerados de galáxias:

$$\phi^{3/2}(z) = \frac{D_A^{obs}(z)(1+z)^2}{D_L(z)}, \quad (5.19)$$

onde a  $D_L(z)$  é calculada de acordo com a definição de módulo de distância (equação 3.41), referido no capítulo 3.

Todavia, tem sido apontado por Kraisselburd *et al.* (2015) [93] que a luminosidade de pico das SNe Ia podem ser afetadas por uma variação em  $\alpha$ . Esses autores também

mostraram que as diferenças nos picos das magnitudes bolométricas da Union2.1 Compilation devido a possíveis variações na constante  $\alpha$  são desprezíveis em comparação com os termos principais do cálculo das distâncias de luminosidade de supernovas tipo Ia. Neste trabalho, não levaremos tal efeito em consideração.

### 5.3 Análises e Discussões

A fim de obter restrições para  $\phi(z)$ , foi utilizado no presente trabalho dados de aglomerados de galáxia e dados de SNe Ia, amostra de De Filippis *et al.* (2005) e da Union 2.1 Compilation de Supernovas tipo Ia, respectivamente. No que segue, iremos discutir um pouco sobre cada amostra. Nosso trabalho foi recentemente publicado pelo Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP) (HOLANDA, R. F. L., COLAÇO, L. R., BUSTI, V. C., ALCANIZ, J. S. & LANDAU, S. J., **Galaxy clusters, type Ia Supernovae and the fine structure constant**. Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP), série 08, v. 2016, p. 055, 2016.), disponível em [94].

- **Amostra de De Filippis *et al.* (2005):**

Motivado pelas observações recentes em raios-X dos aglomerados de galáxias, baseados nos telescópios CHANDRA e XMM NEWTON, têm-se mostrado que os aglomerados de galáxias exibem mapas de brilho superficial elípticos. De Filippis *et al.* (2005) reanalisaram amostras de dados já existentes de [95] e de [96], e compilaram 25 amostras de DDA na faixa de *redshift*  $0,023 < z_{AG} < 0,784$  (veja a figura 5.1) devido ao ESZ e ao brilho superficial em raios-X (observe a Tabela 5.1) de cada aglomerado em análise. Para tal fim, os autores fizeram da escolha do modelo  $\beta$ -elíptico Isotérmico ao em vez do modelo esférico, pois a escolha desse modelo modifica o resultado central do brilho superficial ou no decréscimo do ESZ, onde a inclinação  $\beta$  difere levemente entre esses modelos, mas valores diferentes para o raio da região central são obtidos, alterando assim as distâncias de diâmetro angular estimadas [25].

- **Amostra de Suzuki *et al.* (2012):**

Considera-se 25 distâncias luminosidade dentre 580 pontos dos dados originais de [92], o chamado Union2.1 Compilation de SNe Ia, onde os desvios para o vermelho das SNe

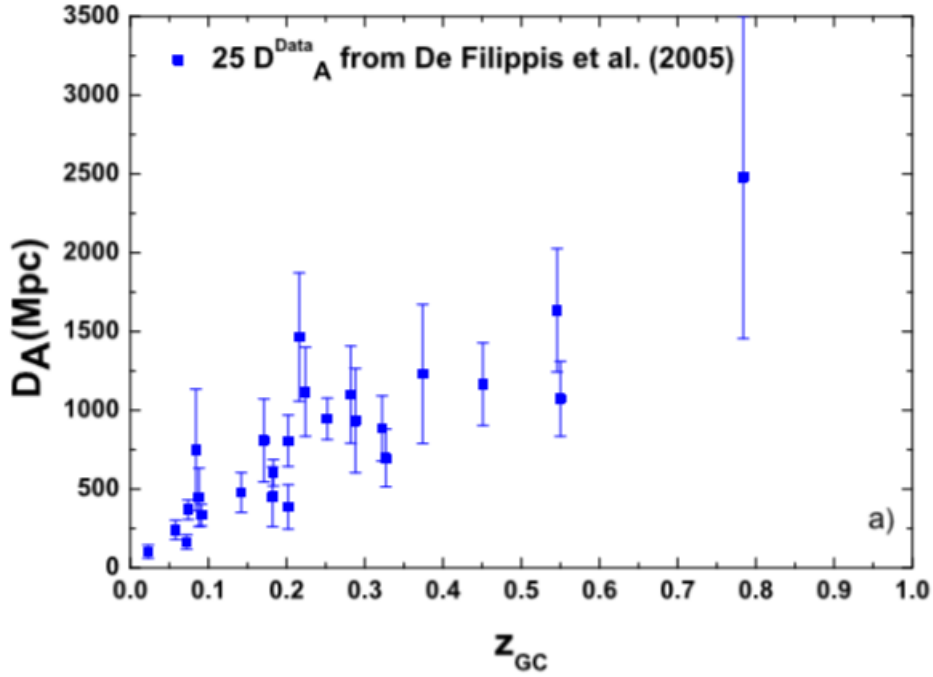


Figura 5.1: Esta figura representa os 25 dados de DDA por observações via ESZ e Briho superficial em raios-X em relação ao redshift do aglomerado, com seus respectivos erros. Amostra de De Filippis et al. (2005).

Ia foram cuidadosamente escolhidos para coincidir com os desvios para o vermelho dos aglomerados de galáxias (veja a tabela 5.2), onde a maior diferença entre esses *redshifts* é menor que 0,005, ou seja,  $|z_{SNeIa} - z_{AG}| < 0,005$  (ver Figura 5.2). Como é largamente conhecido, a Union2.1 Compilation foi obtida ao utilizar o melhor ajuste da curva da luz conhecido por método SALT2 [97], o qual depende levemente do modelo fiducial  $\omega$ CDM.

Para impor restrições sobre  $\phi(z)$ , utilizaremos o teste estatístico do  $\chi^2$ , melhor discutido e analisado na próxima seção.

### 5.3.1 Teste do $\chi^2$

O teste do Qui Quadrado ( $\chi^2$ ) tem por objetivo testar a adaptação de um modelo teórico a um conjunto de dados observados. Um procedimento de ajustes deve fornecer: (i) parâmetros, (ii) estimativas de erros e (iii) uma medida estatística da qualidade de ajuste. Nesta dissertação, o método utilizado foi o método da função  $\chi^2$ . Supondo que nossas observações possuem erros gaussianos não correlacionados, o método é representado por [98]

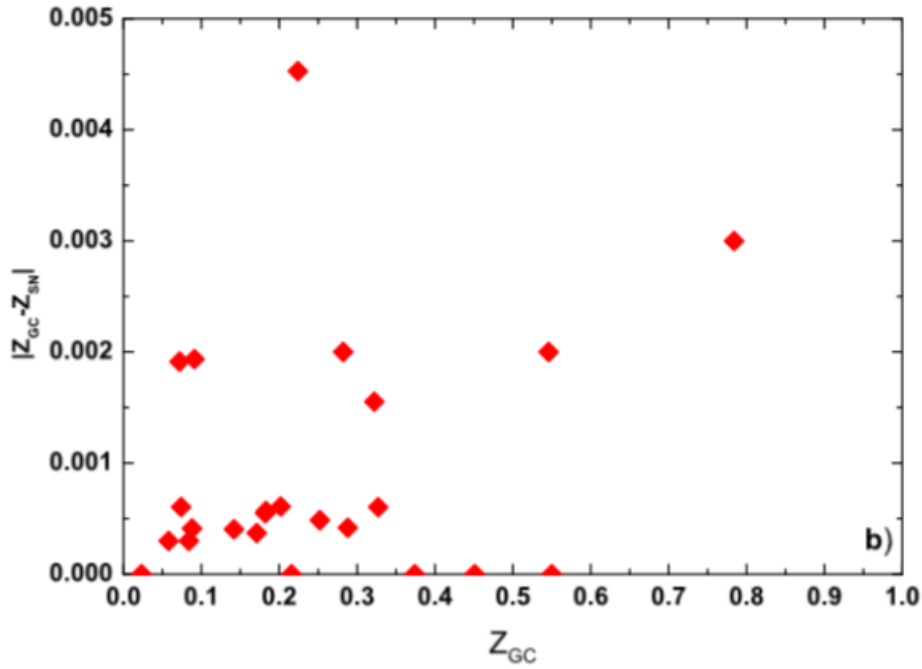


Figura 5.2: Nesta figura, nós plotamos a diferença entre os redshifts das SNe e dos AG para os 25 pares da nossa análise.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - f(x_i))^2}{\sigma_i^2}, \quad (5.20)$$

onde a soma é em relação aos  $n$  dados de  $y_i$  da amostra,  $f(x)$  é a função ajustada e  $\sigma_i$  é interpretado como sendo o valor médio dos quadrados dos desvios em relação a função verdadeira  $f(x)$  quando o número de pontos tende ao infinito.

Por outro lado, defini-se a função *likelihood* por

$$L(y) = C e^{-\chi^2/2}, \quad (5.21)$$

onde  $C$  é a norma da distribuição. Caso não exista alguma informação adicional em relação ao sistema que associe pesos extras à distribuição, a probabilidade posterior será proporcional à *likelihood*. Sendo assim, o par de parâmetros que minimiza  $\chi^2$  é o mesmo que maximiza a respectiva densidade de probabilidade, ou seja, os parâmetros do melhor ajuste são aqueles que possuem maior probabilidade de serem verdadeiros, porém, esses valores não possuem toda a informação necessária. Portanto, é preciso obter as barras de erros dos parâmetros associados a certos níveis de confiança estatística. Para tal fim, admitimos que as grandezas experimentais são completamente independentes entre si e

que a função  $f(x_i)$  deve estar lentamente variando em relação a propagação de erros, a incerteza padrão deverá ser dada por

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f(x_i)}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2}. \quad (5.22)$$

### 5.3.2 Análise Estatística

Nós avaliamos nossa análise estatística de acordo com a função de distribuição probabilidade definida por *likelihood*, onde o  $\chi^2$  para a presente análise é dada por

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{[(1 - \frac{1}{40}\beta_{had,0}\phi'_0 \ln(1+z)) - (\phi_{obs,i})]^2}{\sigma_{obs,i}^2}, \quad (5.23)$$

onde  $\phi_{obs,i} = (D_A^{obs}(1+z)^2/D_L)^{2/3}$  e  $\sigma_{obs,i}$  é a incerteza estatística associada a esta grandeza, que de acordo com a teoria de propagação de erros possuirá a forma

$$\sigma_{\phi_{obs}} = \frac{2}{3} \frac{(1+z)^2}{D_L(z)\phi^{1/2}(z)} \sqrt{\frac{D_A^2}{D_L^2} \sigma_{D_L}^2 + \sigma_{D_A}^2}, \quad (5.24)$$

onde  $\sigma_{D_L} = 0,46051702 \cdot 10^{(\mu(z)-25)/5} \sigma_{\mu(z)}$ , erros associados às medidas de  $D_L(z)$ , os quais estão relacionados aos seus respectivos módulo de distância ( $\mu$ ) oriundas da amostra de SNe Ia (Union 2.1) e os  $\sigma_{D_A}$  estão representados na tabela 5.1 em conformidade.

As fontes de incerteza na medição dos  $D_A(z)$  para as amostras de aglomerados de galáxia são:

- **Contribuições estatísticas:** Fontes pontuais do ESZ em  $\pm 8\%$ ; Fundo de raios-X em  $\pm 2\%$ ; NH galático em  $\leq \pm 1\%$ ; A esfericidade do aglomerado em  $\pm 15\%$ ; ESZ cinético em  $\pm 8\%$  e a anisotropia da RCF em  $\leq \pm 2\%$ .
- **Estimativas para os efeitos sistemáticos:** Calibração do ESZ em  $\pm 8\%$ ; Calibração do fluxo de raios-X em  $\pm 5\%$ ; Halos de rádio em  $+3\%$  e calibração da temperatura em raios-X em  $\pm 7,5\%$  (veja a tabela 3 de [57]).

Para que não haja variações em  $\phi(z)$ , o valor de  $1/40\beta_{had,0}\phi'_0$  da equação (5.16) deverá ser nulo, ou aproximadamente nulo, pois o qual é o termo onde estão inseridos todas as informações físicas do fenômeno. Assim, por conveniência, redefinimos esse termo por  $\gamma \equiv 1/40\beta_{had,0}\phi'_0$ , de modo que se  $\gamma = 0$ , não teremos uma variação na constante de estrutura fina. Desta análise, os resultados obtidos foram  $\gamma = -0,037 \pm 0,157$  a  $68,3\%(1\sigma)$ ,

ou seja, compatíveis com uma não variação da constante de estrutura fina, ou de forma equivalente,  $\phi(z) = 1$ . Entretanto, ao considerar os erros sistemáticos adicionados em dados de aglomerados de galáxias ( $\approx 12\%$ ), obtivemos  $\gamma = -0,02 \pm 0,17$  a ( $1\sigma$ ) (ver figura 5.3). A mesma análise pode ser feita caso a expressão anterior seja definida por  $\Delta\alpha/\alpha = -\gamma \ln(1+z)$ , onde claramente podemos verificar pela figura 5.4 que não houve uma evolução significativa em  $\alpha$ .

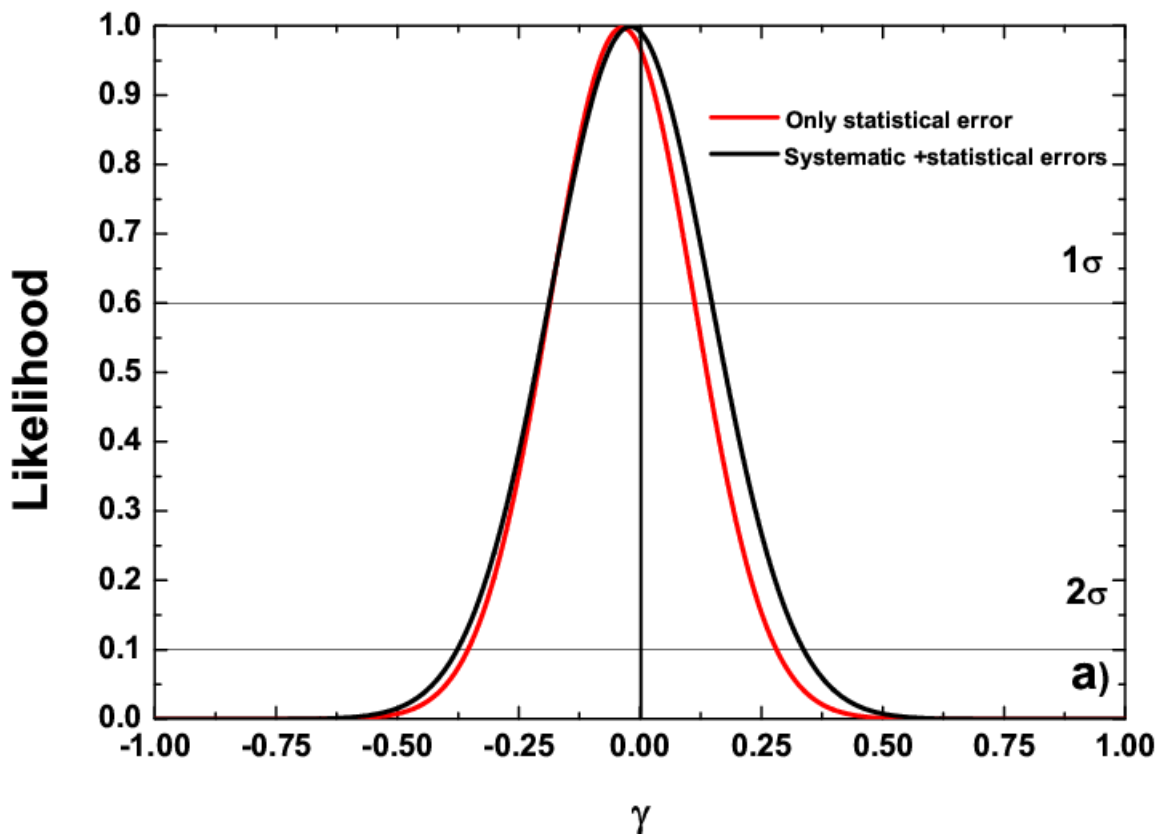


Figura 5.3: Restrições sobre uma possível variação da constante de estrutura fina. As linhas sólidas vermelha e preta correspondem às análises de distâncias de diâmetro angular + SNe Ia com e sem os erros sistemáticos para os dados de aglomerado de galáxias, respectivamente.

É importante comparar nossos resultados, os limites em  $\gamma$ , com os limites obtidos recentemente por [23]. Esses autores mostraram que as observações da fração de massa de gás através do Efeito Sunyaev-Zel'dovich e do brilho superficial em raios-X, para o mesmo aglomerado de galáxias, estão relacionados por  $f_{ESZ} = \phi(z)f_{raios-X}$ , onde  $\phi(z) = \alpha/\alpha_0$ . Assim, ao utilizar 29 medições de  $f_{gas}$ , feitas por [57], os autores obtiveram  $\gamma = 0,065 \pm 0,095$  em 68% de confiança estatística ( $1\sigma$ ), completamente de acordo com os nossos

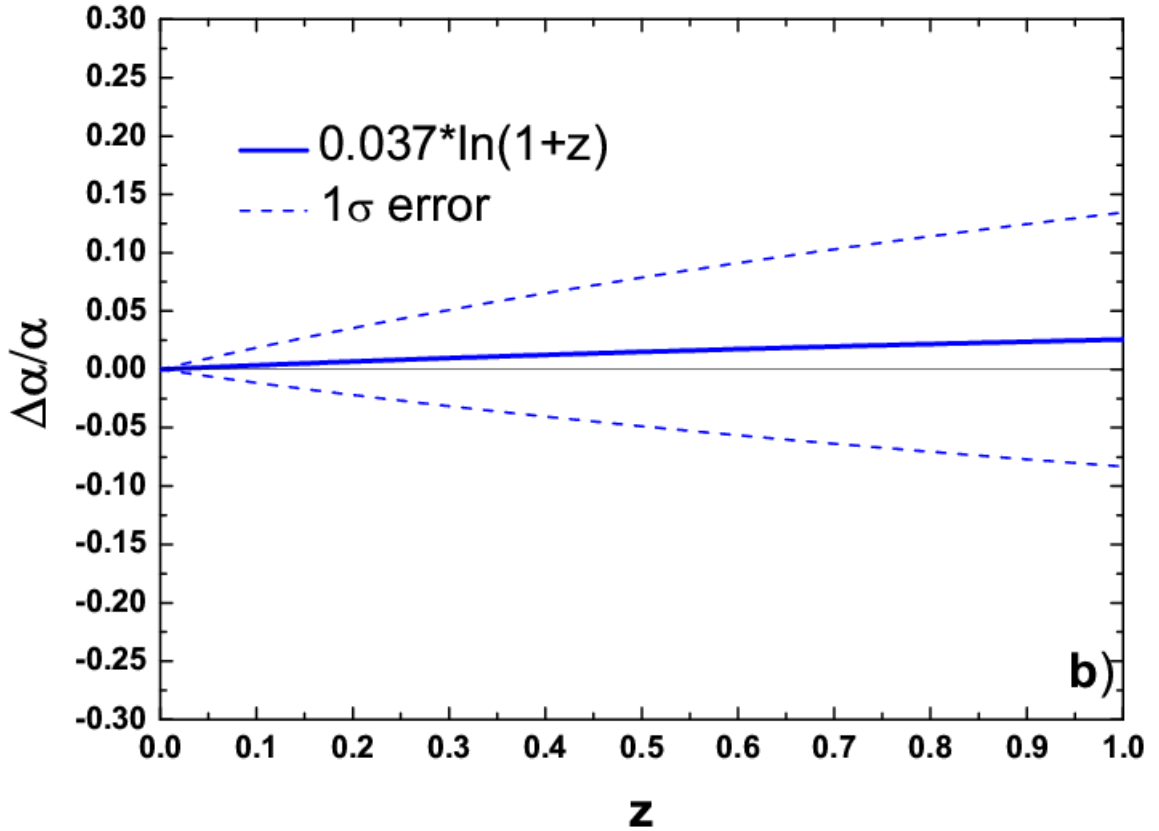


Figura 5.4: Evolução de uma possível variação da constante de estrutura fina provindas do melhor ajuste das nossas análises.

resultados.

Como se pode ver, os limites de  $\Delta\alpha/\alpha$  usando ESZ e observações em raios-X de aglomerados de galáxias são menos restritivos do que outros métodos de verificação da mesma, como por exemplo: a espectroscopia quasar ([99], [100] e suas referências),  $\Delta\alpha \propto 10^{-6}$ ; experiências em relógios atômicos [101],  $\gamma \leq 3 \cdot 10^{-5}$ ; testes de equilíbrio de torção e variações de laser lunares fornecem  $\beta_{had,0} \leq 10^{-4}$  ([102], [103]); dados de Planck [87],  $\Delta\alpha/\alpha \propto 10^{-3}$ ; a partir da expressão do parâmetro de desaceleração  $q_0$  e considerando estimativa de Planck para a densidade total de matéria  $\Omega_M$ , um limite superior para o valor de  $\phi'_0$  também pode ser estimada, i.e.,  $\phi'_0 \leq 0,3$  [90]. Contudo, nosso método depende de uma combinação de física completamente diferente dos testes anteriores e, também, de fenômenos em diferentes escalas (*redshifts* intermediários) cósmicas.



Aglomerado	$z$	$D_A^{elip}$	$D_A^{esf}$
MS 1137.5 + 6625	0.784	$2479 \pm 1023$	$3179^{+1103}_{-1640}$
MS 0451.6 – 0305	0.550	$1073 \pm 238$	$1278^{+265}_{-299}$
CI 0016. + 1609	0.546	$1635 \pm 391$	$2041^{+484}_{-514}$
RXJ1347.5 – 1145	0.451	$1166 \pm 262$	$1221^{+368}_{-343}$
A 370	0.374	$1234 \pm 441$	$4352^{+1388}_{-1245}$
MS 1358.4 + 6245	0.327	$697 \pm 183$	$866^{+248}_{-310}$
A 1995	0.322	$885 \pm 207$	$1119^{+247}_{-282}$
A 611	0.288	$934 \pm 331$	$995^{+325}_{-293}$
A 697	0.282	$1099 \pm 308$	$998^{+298}_{-250}$
A 1835	0.252	$946 \pm 131$	$1027^{+194}_{-198}$
A 2261	0.224	$1118 \pm 283$	$1049^{+306}_{-272}$
A 773	0.216	$1465 \pm 407$	$1450^{+361}_{-332}$
A 2163	0.202	$806 \pm 1635$	$828^{+181}_{-205}$
A 520	0.202	$387 \pm 141$	$723^{+270}_{-236}$
A 1689	0.183	$604 \pm 84$	$688^{+172}_{-163}$
A 665	0.182	$4581 \pm 189$	$466^{+217}_{-179}$
A 2218	0.171	$809 \pm 263$	$1029^{+339}_{-352}$
A 1413	0.142	$478 \pm 126$	$573^{+171}_{-151}$
A 2142	0.091	$335 \pm 70$	$187^{+212}_{-97}$
A 478	0.088	$448 \pm 185$	$406^{+237}_{-135}$
A 1651	0.074	$369 \pm 62$	$373^{+202}_{-122}$
A 401	0.072	$165 \pm 45$	$610^{+593}_{-254}$
A 339	0.058	$242 \pm 61$	$107^{+85}_{-41}$
A 2256	0.023	$103 \pm 42$	$296^{+127}_{-90}$
A 1656	0.084	$749 \pm 385$	$235^{+218}_{-98}$

Tabela 5.1: Valores da amostra de De Filippis *et al.*, (2005).

$z$	$\mu(z)$	$\sigma_{\mu(z)}$
0,781000000000	43,437229551500000	0,321348684213
0,550000000000	44,343467542900000	0,100681218041
0,548000000000	42,296298556300000	0,188370893410
0,451000000000	41,796674414500000	0,143055821894
0,374000000000	43,185114680400000	0,923198713714
0,326396483203	40,972304176000000	0,144388065833
0,320446988861	41,102785135000000	0,134380311167
0,286618706522	41,038407646800000	0,133800275646
0,284000000000	40,835382583800000	0,206616021304
0,252486060029	40,518421080100000	0,145050195669
0,228528473881	40,254433638600000	0,122011371320
0,216000000000	40,404908943300000	0,215211774770
0,202608679897	39,967759255400000	0,128807331127
0,202608679897	39,967759255400000	0,128807331127
0,183568404877	39,710795803300000	0,123775734742
0,182218239560	39,593818843800000	0,119334463704
0,170628396749	39,474900116000000	0,116376625267
0,142404652400	39,116477251100000	0,113661193986
0,092936818199	38,145830040400000	0,118950355954
0,087589000000	38,229057049400000	0,187745679272
0,074605000000	37,588115756500000	0,159770864560
0,070086000000	37,446736542400000	0,158466934433
0,058300000000	37,058288149400000	0,168089681380
0,023000000000	35,070642504800000	0,186848384979
0,084300000000	38,051831120800000	0,200253645227

Tabela 5.2: Dados de módulo de distância das SNe Ia com seus respectivos *redshifts* e erros, extraídos da Union2.1 Compilation de modo a coincidir com os *redshifts* dos Aglomerados de Galáxias da amostra de De Filippis *et al.*, 2005.

# Capítulo 6

## Conclusões e Perspectivas

Nos últimos anos, foram compilados e disponibilizados uma grande quantidade de informações observacionais, onde as diversas implicações das mesmas têm revolucionado a cosmologia moderna e aberto precedentes para a investigação de diversos mecanismos físicos. Sendo assim, o presente trabalho surgiu com o objetivo de investigar uma possível variação com o *redshift* da constante de estrutura fina através de um novo método desenvolvido, utilizando dados observacionais de Aglomerado de Galáxias disponíveis na literatura e assim obter as consequências cosmológicas surgidas perante esta investigação.

O chamado Efeito Sunyaev-Zel'dovich (ESZ) é uma ferramenta cosmológica bastante promissora, pois esse fenômeno não depende do *redshift* em que o aglomerado é observado. Todavia, a sua combinação com o brilho superficial em raios-X, provenientes da radiação *bremsstrahlung* térmico para um mesmo aglomerado de galáxias, pode ser utilizado para estimar a distância diâmetro angular dessas estruturas e, assim, impor limites em vários parâmetros cosmológicos. O presente trabalho mostrou que essa técnica também é dependente da constante de estrutura fina,  $\alpha$ , e, portanto, se  $\alpha$  é uma quantidade dependente do tempo, na forma  $\alpha = \alpha_0 \phi(z)$ , os dados atuais não fornecem a verdadeira distância de diâmetro angular  $D_A(z)$ , mas ao invés disso fornece  $D_A^{obs}(z) = \phi^2(z) D_A(z)$ .

A fim de realizar nossas análises, nós obtivemos 25 medidas de Distância de Luminosidade ( $D_L(z)$ ) das observações atuais de Supernovas tipo Ia, feitas por Susuki *et al.* (2012), dentro das medidas de  $D_A(z)$ , levando em conta uma relação direta, mostrado por Hees *et al.* (2014), entre a variação de  $\alpha$  e a chamada RDDC. Quando combinadas com as 25 medidas de  $D_A^{obs}(z)$  dos aglomerados de galáxias no alcance de *redshifts* entre  $0,023 < z < 0,784$ , esses conjuntos de dados impõem limites cosmo-

lógicos em  $\phi(z)$  para uma classe de Modelos Dilaton Runaway. Logo, foi encontrado  $\Delta\alpha/\alpha = (0,037 \pm 0,157) \ln(1+z)$  em uma região de confiança estatística de  $1\sigma$ , o qual é consistente com uma não variação da constante de estrutura fina.

É importante salientar que, embora os limites aqui obtidos são mais fracos do que em outros métodos (como por exemplos: espectroscopia em Quasar, relógios atômicos, RCF, entre outros) eles dependem de mecanismos físicos completamente diferentes na faixa de desvio para o vermelho (*redshifts* intermediários). Além disso, a técnica ESZ/ $S_X$  independe de qualquer calibrador normalmente adotado nas determinações da escala de distância. Entretanto, como comentado nos capítulos anteriores, uma forma de testar o Princípio de Equivalência de Einstein é por variação das constantes fundamentais da natureza, o que se mostra consistente com as nossas análises. Portanto, devido aos diversos levantamentos do ESZ que estão em andamento, nosso método reforça o interesse na pesquisa observacional para a combinação do Efeito Sunyaev-Zel'dovich com o brilho Superficial em raios-X para os aglomerados de galáxias. E por fim, acreditamos que análises futuras em  $\alpha$  abrirão precedentes observacionais para a investigação de mecanismos oriundos de uma nova física.

Como perspectivas, nós investigaremos mais a fundo o modelo Dilaton Runaway, bem como a dependência de outros observáveis cosmológicos com relação a variação da constante de estrutura fina, impondo novos e independentes limites sobre sua variação.

# Referências Bibliográficas

- [1] GOMIDE, F. M., **Introdução à Cosmologia Relativística**. Editora McGraw-Hill, Ltda, Curitiba, A. Einstein, 1986. 215 p.
- [2] EINSTEIN, A., **Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie**. Sitzungsberichte der Koniglich PreuBischen Akademie der Wissenschaften (Belin), Seite 142-152., 1917, pp 142-152.
- [3] PENZIAS, A. A., WILSON, R. W., **A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s** . The Astrophysical Journal, v.142, 1965.
- [4] ALPHER, R. A., HERMAN, R., GAMOW, G. A., **Thermonuclear reactions inthe expanding universe**. Physical Review, APS, v.74, n.9, 1948.
- [5] LONGAIR, M. S., **Galaxy Formation**, 2008.
- [6] IKEBE, Y., REIPRICH, T. H., BOHRINGER, H., TANAKA, Y., KITAYAMA, T., **A new measurement of the X-ray temperature function of clusters of galaxies**. A & A, 2002, 383, 773.
- [7] MANTZ, A., ALLEN, S. W., EBELING, H., RAPETTI, D., **New constraints on dark energy from the observed growth of the most X-ray luminous galaxy clusters**. MNRAS, 2008, 387, 1179.
- [8] ALBRECHT, A., BERNSTEIN, G., CAHN, R., et al., **Report of the Dark Energy Task Force**. ArXiv: 0609591, 2006.
- [9] CHANDRACHANI, D. N., GONZALES, J. E. e ALCANIZ, J. S., **Constraining thawing and freezing models with cluster number counts**. ArXiv:1402.2590 [astro-ph.CO].

- [10] SASAKI, S., **A new method to estimate cosmological parameters using the baryon fraction of clusters of galaxies**. Publications of the Astronomical Society of Japan, Oxford University Press, v.48, n.6, 1996.
- [11] ETTORI, S., TOZZI, P. e ROSATI, P., **Constraining the cosmological parameters with the gas mass fraction in local and  $z > 0.7$  galaxy clusters**. A & A, 2003, 398, 879.
- [12] ALLEN, S. W., RAPETTI, D. A., SCHMIDT, R. W., EBELING, H., MORRIS, R. G. e FABIAN, A. C., **Improved constraints on dark energy from Chandra X-ray observations of the largest relaxed galaxy clusters**. MNRAS, arXiv:0706.0033.
- [13] GONÇALVES, R. S., HOLANDA, R. F. L., ALCANIZ, J. S., **Testing the cosmic distance duality with X-ray gas mass fraction and supernovae data**. MNRAS, 2012, 420, L23.
- [14] SUNYAEV, R. A., ZELDOVICH, Y. B., **The observations of relic radiation as a test of the nature of X-ray radiation from the clusters of galaxies**. Comments on Astrophysics and Space Physics, 1972, vol. 4, p.173.
- [15] SARAZIN, C. L., **X-ray emission from clusters of galaxies**. Cambridge Astrophysics Series, Cambridge University Press, 1988.
- [16] UZAN, J. P., AGHANIM, N., MELLIER, Y., **The distance duality relation from X-ray and SZ observations of clusters**. 2004, Phys. Rev. D, 70, 083533 [astro-ph/0405620v1].
- [17] ETHERINGTON, I. M. H., **On the Definition of Distance in General Relativity**. Philosophical Magazine, 1933, vol. 15, p.761.
- [18] HOLANDA, R. F. L., GONÇALVES, R. S. e ALCANIZ, J. S., **A test for cosmic distance duality**. 2012, arXiv:1201.2378
- [19] HOLANDA, R. F. L., BUSTI, V. C., ALCANIZ, J. S., **Probing the cosmic distance duality with strong gravitational lensing and supernovae Ia data**. JCAP ACCEPTED, 2016. arXiv:1512.02486

- [20] DIRAC, P. A. M., **The cosmological constants**. Nature 139, 323 (1937).
- [21] DAMOUR, T., PIAZZA, F. e VENEZIANO, G., **Violations of the equivalence principle in a dilaton-runaway scenario**. Physical Review Letters 89, 081601 (2002).
- [22] GALLI, S., **Clusters of galaxies and variation of the fine structure constant**. Phys. Rev. D 87, 123516 (2013), 1212.1075.
- [23] HOLANDA, R. F. L.; LANDAU, S. J. ; ALCANIZ, J. S.; SANCHEZ G., I. E. and BUSTI, V. C. **Constraints on a possible variation of the fine structure constant from galaxy cluster data**. Arxiv.org/abs/1510.07240v1
- [24] HEES. O., MINAZZOLI, A. & LARENA, J., **Breaking of the equivalence principle in the electromagnetic sector and its cosmological signatures**. 2014, PRD 90, 124064.
- [25] DE FILIPPIS, E., SERENO, M., BAUTZ, M. W., LONGO, G., **Measuring the Three-dimensional Structure of Galaxy Clusters. I. Application to a Sample of 25 Clusters**. 2005, ApJ, 625, 108.
- [26] ALPHER, R. A.; BETHE, H.; GAMOW, G., **The Origin of Chemical Elements**, 1948, Phys. Rev., 73, 803.
- [27] SPERGEL, D.N. et al., 2003[astro-ph/0302209]. **WMAP Collaboration**, 2003. Disponível em <http://map.gsfc.nasa.gov>.
- [28] D'INVERNO, R., **Introducing Einstein's Relativity**. Oxford University Press, USA, 1992.
- [29] CARMELI, M., **Classical Fields: General Relativity and Gauge Theory**. New York; John Wiley & Sons, 1982.
- [30] WILL, C. M., **The Confrontation between General Relativity and Experiment**. Living Reviews in Relativity, 2006, vol. 9, p. 3.
- [31] HULSE, R. A., TAYLOR, J. H., **Discovery of a pulsar in a binary system**. ApJ, 1975, vol. 195, p. L51.

- [32] DE SITTER, W., **Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper.** MNRAS, 91, 483, 1917.
- [33] WEINBERG, S., **Cosmology.** New York: Oxford University Press Inc., 2008. 593p.
- [34] LAMBOURNE, R. J. A., **Relativity, Gravitation and Cosmology.** Cambridge University Press, 2010. 307p.
- [35] HOLANDA, R. F. L., **O efeito Sunyaev-Zel'dovich: teoria e aplicações cosmológicas.** 2011. 200 f. Tese (Doutorado em Ciências)- IAG-USP, São Paulo. 2011.
- [36] LIMA, J. A. S. e ALCANIZ, J. S., **Thermodynamics, spectral distribution and the nature of dark energy,** Physics Letters B, 2004, Vol. 600, p. 191.
- [37] ZEL'DOVICH, Y. B., **Special Issue: The Cosmological Constant and the Theory of Elementary Particles,** Society Physics Uspekhi, 1968, Vol. 11, p. 381.
- [38] LESGOURGUES, J., **An Overview of Cosmology,** ArXiv Astrophysics e-prints, 2004.
- [39] RIESS, A. G., FILIPPENKO, A. V., CHALLIS, P., CLOCCHIATTI, A., DIERCKS, A., et al. P. M. G., **Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant.** AJ, 1998, vol. 116, p. 1009.
- [40] AMANULLAH, R., LIDMAN, C., RUBIN, D., ALDERING, G., ASTIER, P., et al., **Spectra and Hubble Space Telescope Light Curves of Six Type Ia SuperNovae at 0.511 to 1.12 redshifts and the Union2 Compilation.** ApJ, 2010, vol. 716, p. 712.
- [41] LIMA NETO, G. B., **Astronomia Extragaláctica.** S. Paulo, Ed. Univ. de S. Paulo, 2014. 257 f. Notas de Aula.
- [42] ELLIS, G. F. R., **Relativistic Cosmology in General Relativity and Cosmology,** 1971, p. 104.
- [43] NAIR, R., JHINGAN, S., JAIN, D., **Cosmic distance duality and cosmic transparency.** J. Cosmol. Astropart. Phys. 05, 023 (2011).



- [44] HOLANDA, R. F. L., LIMA, J. A. S., RIBEIRO, M. B., **Testing the Distance-Duality Relation with Galaxy Clusters and Type Ia Supernovae.** *Astrophys.J. Lett.* 722, L233 (2010).
- [45] JAECKEL, J., RINGWALD, A., **The low-energy frontier of particle physics.** arXiv preprint arXiv:1002.0329, 2010.
- [46] ELLIS, G.F.R., POLTIS, R., UZAN, J-P., WELTMAN, A., **Blackness of the cosmic microwave background spectrum as a probe of the distance-dualityrelation.** *Physical Review D, APS*, v.87, n.10, 2013.
- [47] MEIKSIN, A.A., **The physics of the intergalactic medium.** *Reviews of modern physics, APS*, v.81, n.4, 2009.
- [48] DIAFERIO, A., SCHINDLER, S., DOLAG, K., **Clusters of galaxies: setting the stage.** IN:Clusters of Galaxies, Springer, 2008.
- [49] RYBICKI, G. B., LIGHTMAN, A. P., **Radiative Processes in Astrophysics.** 1986.
- [50] RESNICK, R.; HALLIDAY, D; WALKER, J. **Fundamentos de Física.** VOL. 4, ED. 8. LTC.
- [51] SUNYAEV, R. A., ZELDOVICH, Y. B., **Microwave background radiation as a probe of the contemporary structure and history of the universe.** *ARA& A*, 1980a, vol. 18, p. 537.
- [52] SUNYAEV, R. A., ZELDOVICH, Y. B., **The velocity of clusters of galaxies to the microwave background - The possibility of its measurement.** *MNRAS*, 1980b, vol. 190, p. 143.
- [53] BIRKINSHAW, M., **The Sunyaev-Zel'dovich effect.** *Physics Reports*, 1999, vol. 310, p.97-195.
- [54] CARLSTROM, J. E., HOLDER, G. P., REESE, E. D., **Cosmology with the Sunyaev-Zel'dovich effect from the Boltzmann Equation.** *ApJ*, 1995, v. 455, p. 419.

- [55] SILK, J., WHITE S. D. M., **The Determination of  $H_0$  using X-ray and microwave observations of galaxy clusters.** ApJ, 1978, vol. 226. p.L103.
- [56] CAVALIERE, A., DANESE, L., de ZOTTI, G., **Cosmic distances from X-ray and microwave observations of clusters of galaxies.** A & A, 1976, vol. 49, p. 137.
- [57] BONAMENTE, M., JOY, M. K., LAROQUE, S. J., CARLSTROM, J. E., REESE, E. D., DAWSON, K. S., **Determinations of the Cosmic Distance Scale from Sunyaev-Zel'dovich Effect and Chandra X-Ray measurements of High-Redshift Galaxy Clusters.** ApJ, 2006, vol. 647, p. 25.
- [58] HOLANDA, R. F. L., CUNHA, J. V., LIMA, J. A. S., **New constraints on  $H_0$  and  $\omega_M$  from SZE/X-RAY data and Baryon Acoustic Oscillations.** ArXiv e prints, 2008.
- [59] HOLANDA, R. F. L., CUNHA, J. V., MARASSI, S., LIMA, J. A. S., **Constraining  $H_0$  in General Dark Energy Models from Sunyaev-Zel'dovich and X-ray Technique and Complementary Probes.** JCAP, 2010, 02, id. 035.
- [60] CAVALIERE, A., FUSCO-FERMIANO, R., **X-rays from hot plasma in clusters of galaxies.** Astronomy and Astrophysics, v.49, 1976.
- [61] HOLANDA, R. F. L., BUSTI, V. C., PORDEUS, da Silva G., **Robustness of  $H_0$  determination at intermediate redshifts.** 2014, 443, L74.
- [62] CHEN, Y., RATRA, B., **Galaxy cluster angular-size data constraints on dark energy.** A & A, 2012, 543, A104.
- [63] CUNHA, J. V., MARASSI, L. e . LIMA, J. A. S., **Constraining  $H_0$  from the Sunyaev-Zel'dovich effect, galaxy cluster X-ray data and baryon oscillations.** MNRAS Lett., 2007, 379:L1.
- [64] BERNARDIS, F. De, GIUSARMA, E., MELCHIORRI, A. **Constraints on Dark Energy and Distance Duality from Sunyaev-Zel'dovich Effect and CHANDRA X-RAY Measurements.** Int. J.Mod. Phys. D 15, 759 (2006).

- [65] HOYLE, F. e FOWLER, W. A., **Nucleosynthesis in Supernovae**, ApJ, 1960, Vol. 132, p. 565.
- [66] FILIPPENKO, A. V., **Optical Spectra of Supernovae**, ARA& A, 1997, Vol. 35, p. 309.
- [67] OLIVEIRA FILHO, K.S., SARAIVA, M.F.O., **Astronomia e Astrofísica**. Ed. Universidade/UFRGS, 2000.
- [68] CALAHORRO, C. V., **Química general. Introducción a la Química Teórica**. Universidad de Salamanca, 1995,ISBN.
- [69] SARAIVA, M. F. O., **Astronomia e Astrofísica**. ISBN, Editora Livraria da Física, 2004.
- [70] BAUER, W., WESTFALL, G., DIAS, D. H., **Física para Universitários: Óptica e Física Moderna**. ISBN, Bookman Editora, 2013.
- [71] ROZENBERG, I. M., **Química Geral**. 1<sup>a</sup> ed., Ed. Blucher, São Paulo, 2002.
- [72] PESKIN, M.; SCHROEDER, D. **An Introduction to Quantum Field Theory**. ISBN 0-201-50397-2, p. 125, 1995.
- [73] GRIFFITHS, D., **Introduction to Elementary Particles**. ISBN, Second edition, ed. Wiley-VCH, 2008.
- [74] OLIVEIRA, E. C., **Funções Especiais com aplicações. E. Capelas de Oliveira**. Ed. 1, São Paulo, editora Livraria da Física, 2005.
- [75] SHANKAR, R. **Principles of Quantum Mechanics**, 2nd edition, Plenum, 1994.
- [76] DIRAC, P. A. M., **The Quantum Theory of the Electron**. Proc. R. Soc. A117 610, 1928.
- [77] DIRAC, P. A. M., **The Quantum Theory of the Electron**. Proc. R. Soc. A126 360, 1930.
- [78] TIPLER, P. A., LLEWELLYN, R. A., **Física Moderna**. 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006. p. 515.

- [79] KIWANGA, C. A., **Física Nuclear: Introdução à Física Nuclear**, (em português). 1 ed. Reino Unido, 2013, p. 133, vol. 1.
- [80] RESNICK, R., HALLIDAY, D., WALKER, J., **Fundamentos de Física. VOL. 3, ED. 8. LTC.**
- [81] UZAN, J. P., **The fundamental constants and their variation: observational status and theoretical motivations**. *Reviews of Modern Physics* 75, 403 (2003), hep-ph/0205340.
- [82] GARCIA-BERRO, E., ISERN, J. e KUBYSHIN, Y. A., **Astronomical measurements and constraints on the variability of fundamental constants**. *Astron. Astrophys. Review* 14, 113 (2007).
- [83] MURPHY, M. T., WEBB, J. K., FLAMBAUM, V. V., e CURRAN, S. J., **Does the fine structure constant vary? A detailed investigation into systematic effects**. *Astrophys Space Science* 283, 577 (2003).
- [84] KING, J. A., WEBB, J. K., MURPHY, M. T., FLAMBAUM, V. V., CARSWELL, R. F., BAINGRIDGE, M. B., WILCZYNSKA, M. R. e KOCH, F. E., **Spatial variation in the fine structure constant – new results from VLT/UVES**. *MNRAS* 422, 3370 (2012), 1202.4758.
- [85] WHITMORE, J. B. e MURPHY, M. T., **Impact of instrumental systematic errors on fine-structure constant measurements with quasar spectra**. *MNRAS* 447, 446 (2015), 1409.4467.
- [86] O'BRYAN, J., SMIDT, J., BERNARDIS, F. De e COORAY, A., **Constraints on Spatial Variations in the Fine-Structure Constant from PLANCK**. *Astrophys. J.* 798, 18 (2015).
- [87] ADE, P. A. R., AGHANIM, N., ARNAUD, M., ASHDOWN, M., AUMONT, J., BACCIGALUPI, C., BANDAY, A. J., BARREIRO, R. B., BATTANER, E., et al., **Planck intermediate results. XXIV. Constraints on variation of fundamental constants**. *ArXiv eprints* (2015), 1502.01589.

- [88] MOSQUERA, M. E. e CIVITARESE, O., **New cosmological constraints on the variation of fundamental constants: the fine structure constant and the Higgs vacuum expectation value.** *Astron. and Astrophys.* 551, A122 (2013).
- [89] LAROQUE, S. J., BONAMENTE, M., CARLSTROM, J. E., et al., **X-Ray and Sunyaev-Zel'dovich Effect Measurements of the Gas Mass Fraction in Galaxy Clusters.** 2006, *ApJ*, 652, 917.
- [90] MARTINS, C. J. A. P., VUELZEUF, P. E., MARTINELLI, M., CALABRESE, E. & PANDOLFI, S., **Evolution of the fine-structure constant in runaway dilaton models** (2015). *PLB*, 743, 377.
- [91] MINAZZOLI, O. e HEES, A., **Late-time cosmology of scalar-tensor theories with universal multiplicative coupling between the scalar field and the matter Lagrangian.** *Phys. Rev. D* 90, 023017 (2014), arXiv:1404.4266
- [92] SUZUKI, N., RUBIN, D., LIDMAN, C., ALDERING, G., AMANULLAH, R., et al., **The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey: V. Improving the Dark Energy Constraints Above  $z > 1$  and Building an Early-Type-Hosted Supernova Sample.** The updated supernova Union2.1 compilation of 580 SNe. 2011, arXiv:1105.3470v1 [astro-ph.CO].
- [93] KRAISELBURD, L., LANDAU, S. J., NEGRELLI, C., & GARCIA-BERRO, E., **The variation of the fine structure constant: testing the dipole model with thermonuclear supernovae.** *Astrophys. Space Sci.* 357, no. 1, 4 (2015).
- [94] HOLANDA, R. F. L., COLAÇO, L. R., BUSTI, V. C., ALCANIZ, J. S., LANDAU, S. J., **Galaxy clusters, type Ia Supernovae and the fine structure constant.** *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics (JCAP)*, série 08, v. 2016, p. 055, 2016. Disponível em arXiv:1605.02578.
- [95] REESE, E. D., CARLSTROM, J. E., JOY, M., MOHR, J. J., GREGO, L., HOLZAPFEL, W. L., **Determining the Cosmic Distance Scale from Interferometric Measurements of the Sunyaev-Zel'dovich Effect.** *ApJ*, 2002, vol. 581, p. 53.

- [96] MASON, B. S., MYERS, S. T., READHEAD, A. C. S., **A measurement of H0 from the Sunyaev-Zel'dovich Effect**. ApJ, 2001, vol. 555, p. L11.
- [97] GUY, J., *et al.*, **SALT2: using distant supernovae to improve the use of type Ia supernovae as distance indicators**. A & A, 466, 11, 2007.
- [98] VUOLO, J. H., **Fundamentos da Teoria de Erros**. ISBN, 2ª edição, São Paulo: Blucher. 1996.
- [99] MOLARO, P., CENTURIÓN, M., WHITEMORE, J. B., EVANS, T. M., MURPHY, M. T., AGAFONOVA, I. I., BONIFACIO, P., D'ODORICO, S., LEVSHAKOV, S. A., *et al.*, **The UVES Large Program for testing fundamental physics I. Bounds on a change in  $\alpha$  towards quasar HE 2217-2818**. A & A, 2013, 555, A68.
- [100] SONGAILA, A. e COWIE, L. L., **Constraining the Variation of the Fine-Structure Constant with Observations of Narrow Quasar Absorption Lines**. Astrophys.J., 2014, 793, 103.
- [101] ROSENBAND, T., HUME, D. B., SCHMIDT, P. O., CHOU, C. W., BRUSCH, A., LORINI, L., OSKAY, W. H., DRULLINGER, R. E., FORTIER, T. M., STALNAKER, J. E., DIDDAMS, S. A., SWANN, W. C., *et al.*, **Frequency Ratio of Al<sup>+</sup> and Hg<sup>+</sup> Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place**. Science, 2008, 319, 1808.
- [102] MULLER, J., HOFMANN, F. & BISKUPEK, L., **Testing various facets of the equivalence principle using lunar laser ranging (2012)**. CQG, 29, 184006.
- [103] WAGNER, T. A., SCHLAMMINGER, S., GUNDLACH, J. H. & ADELBERGER, E. G., **Torsion-balance tests of the weak equivalence principle (2012)**. CQG, 29, 184002.